UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLÍVAR

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, SOCIALES, FILOSÓFICAS Y HUMANÍSTICAS

CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES MATEMÁTICA Y LA FÍSICA

PROYECTO DE TITULACION

INCIDENCIA DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN LA CAPACIDAD DE ANÁLISIS Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMPLEJOS CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE "BGU" DE LA UNIDAD EDUCATIVA "FÉLIX GRANJA" DURANTE EL PERIODO ACADÉMICO 2025-2026

INTEGRANTE:

SANDOVAL AGUAGALLO CRISTIAN EDUARDO

TUTOR: ING. JUAN ELOY BONILLA MSC.

GUARANDA - ECUADOR

2025-2026

UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLÍVAR

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, SOCIALES, FILOSÓFICAS Y HUMANÍSTICAS

CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES MATEMÁTICA Y LA FÍSICA

PROYECTO DE TITULACION

INCIDENCIA DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN LA CAPACIDAD DE ANÁLISIS Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMPLEJOS CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE "BGU" DE LA UNIDAD EDUCATIVA "FÉLIX GRANJA" DURANTE EL PERIODO ACADÉMICO 2025-2026

INTEGRANTE:

SANDOVAL AGUAGALLO CRISTIAN EDUARDO

TUTOR: ING. JUAN ELOY BONILLA MSC.

GUARANDA - ECUADOR

2025-2026

I. DEDICATORIA

El momento en que el ser humano culmina una meta, es cuando debe detenerse para hacer un recuento de todas las ayudas recibidas, de las voces de aliento y de las expresiones de comprensión que tuvo a lo largo del trayecto. Es por eso que esta tesis dedico a:

A Dios, por ser mi fortaleza y esperanza, mi guía y luz en la obscuridad.

A mis padres, por todo el esfuerzo realizado, en su afán de poder brindarme la mejor preparación académica y por haber sembrado en mí un espíritu de superación, sacrificio y constancia.

A mi familia y amigos, por alentarme a seguir adelante a pesar de las adversidades.

Cristian Sandoval

II. AGRADECIMIENTO

Es propicio el momento para presentar mi agradecimiento a las personas que de una y otra manera han sido partícipes para la obtención de esta, mi principal meta.

A Dios, por darme salud, sabiduría y la fortaleza, al haberme permitido el desarrollo de este trabajo de titulación, por mostrarme día a día con humildad que todo es posible, por ser mi guía y mi compañero fiel para continuar y por cumplir todos los buenos deseos de mi corazón.

A mis padres, quienes hicieron todo lo posible para que pueda alcanzar mi meta, los amo demasiado.

Cristian Sandoval

III. CERTIFICACIÓN DEL TUTOR

LIC. JUAN ELOY BONILLA MSC.

CERTIFICA:

Que, el informe final del proyecto de investigación titulado: "INCIDENCIA DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN LA CAPACIDAD DE ANÁLISIS Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMPLEJOS CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE "BGU" DE LA UNIDAD EDUCATIVA "FÉLIX GRANJA" DURANTE EL PERIODO ACADÉMICO 2025-2026" elaborado por el autor SANDOVAL AGUAGALLO CRISTIAN EDUARDO con C.I. 0202343653 de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y Física de la Facultad de Ciencias de la Educación, Sociales y Filosóficas y Humanísticas de la Universidad Estatal de Bolívar, ha sido debidamente revisado e incorporado las recomendaciones emitidas en la asesoría en tal virtud autorizo su presentación para su aprobación respectiva.

Es todo en cuanto puedo certificar en honor a la verdad, facultando a los interesados dar el presente documento el uso del que estime conveniente.

Guaranda, 25 de junio de 2026

LIC. JUAN ELOY BONILLA
TUTOR

IV. AUTORÍA

UEB UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLIVAR

BIBLIOTECA GENERAL

DERECHOS DE AUTOR

Yo Cristian Eduardo Sandoval Aguagallo portador de la Cédula de Identidad No 0202343653 y en calidad de autor/res y titular de los derechos morales y patrimoniales del Trabajo de Titulación: INCIDENCIA DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN LA CAPACIDAD DE ANÁLISIS Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMPLEJOS CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE "BGU" DE LA UNIDAD EDUCATIVA "FÉLIX GRANJA" DURANTE EL PERIODO ACADÉMICO 2025-2026, modalidad proyecto de investigación, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN, concedemos a favor de la Universidad Estatal de Bolívar, una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos. Conservando a mi favor todos los derechos de autor sobre la obra, establecidos en la normativa citada.

Así mismo, autorizo a la Universidad Estatal de Bolívar, para que realice la digitalización y publicación de este trabajo de titulación en el Repositorio Digital, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

El autor declara que la obra objeto de la presente autorización es original en su forma de expresión y no infringe el derecho de autor de terceros, asumiendo la responsabilidad por cualquier reclamación que pudiera presentarse por esta causa y liberando a la Universidad de toda responsabilidad.

Cristian Eduardo Sandoval Aguagallo



Cristian Eduardo Sandoval Aguagallo
Firma

Dirección: Av. Ernesto Che Guevara y Gabriel Secaira
Guaranda-Ecuador
Teléfono: (593) 3220 6059
www.ueb.edu.ec

V. ÍNDICE

I. DEDICATORIA i
II. AGRADECIMIENTO iii
III. CERTIFICACIÓN DEL TUTOR iv
IV. AUTORÍA NOTARIADA v
V. ÍNDICE vi
VI. RESUMEN EJECUTIVO EN ESPAÑOL viii
VII. ABSTRACT ix
VIII. INTRODUCCIÓN 1
1. TEMA 6
2. ANTECEDENTES 7
3. PROBLEMA 9
3.1. Descripción del problema 9
4. JUSTIFICACIÓN 11
5. OBJETIVOS 13
5.1. Objetivo General 13
5.2. Objetivos Específicos 13
6. MARCO TEÓRICO 14
6.1. Teoría científica 14
6.2. Teoría legal 110
6.3. Teoría referencial 114
7. MARCO METODOLÓGICO 116
7.1. Enfoque de la investigación 116

7.2. Diseño o tipo de estudio....117
7.3. Métodos....117
7.4. Técnicas e Instrumentos de Investigación....118
7.5. Universo y muestra....118
7.6. Procesamiento de la información....119
8. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS....120
9. CONCLUSIONES....134
10. PROPUESTA....136
BIBLIOGRAFÍA....167
ANEXOS....185
ANEXO 1....185

VI. RESUMEN EJECUTIVO EN ESPAÑOL

La presente investigación, tuvo como propósito determinar la influencia del uso de la herramienta tecnológica GeoGebra en el fortalecimiento de las habilidades matemáticas de los estudiantes. La indagación surge de la necesidad de incorporar recursos digitales innovadores que contribuyan a mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, especialmente en temas que requieren un alto nivel de razonamiento lógico y analítico.

El estudio se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo, con un diseño de campo y alcance descriptivo-correlacional. Para la recolección de datos se emplearon técnicas como la encuesta y la observación, dirigidas a estudiantes de la institución educativa. Los resultados obtenidos evidenciaron que el uso del software GeoGebra favorece significativamente la comprensión de conceptos matemáticos, facilita la representación gráfica de los sistemas de ecuaciones lineales y promueve el desarrollo de habilidades de análisis y resolución de problemas complejos. Asimismo, se observó una mayor motivación, participación e interés por parte de los estudiantes durante las actividades de aprendizaje apoyadas en esta herramienta tecnológica.

En conclusión, la implementación de GeoGebra constituye una estrategia pedagógica eficaz que contribuye al fortalecimiento del pensamiento lógico, crítico y analítico de los estudiantes, mejorando su desempeño académico en la resolución de problemas matemáticos y favoreciendo la construcción de aprendizajes significativos.

Palabras clave: <ecuaciones lineales> <problemas complejos> <razonamiento lógico> <representación gráfica>

VII. ABSTRACT

The present research aimed to determine the influence of the use of the GeoGebra technological tool on strengthening students' mathematical skills. The study arose from the need to incorporate innovative digital resources that contribute to improving the teaching and learning processes of Mathematics, especially in topics that require a high level of logical and analytical reasoning.

The study was conducted using a quantitative approach, with a field research design and a descriptive-correlational scope. Data were collected through techniques such as surveys and observation, applied to students from the educational institution. The results showed that the use of GeoGebra software significantly enhances the understanding of mathematical concepts, facilitates the graphical representation of systems of linear equations, and promotes the development of analytical skills and complex problem-solving abilities. Likewise, greater motivation, participation, and interest were observed among students during learning activities supported by this technological tool.

In conclusion, the implementation of GeoGebra constitutes an effective pedagogical strategy that contributes to strengthening students' logical, critical, and analytical thinking, improving their academic performance in solving mathematical problems and promoting the construction of meaningful learning.

Keywords: <system equations> <complex problems> <logical reasoning> <graphic representatio>

VIII. INTRODUCCIÓN

El estudio de la matemática es una de las principales ramas del conocimiento, esencial para el desarrollo científico y tecnológico de la sociedad. Tradicionalmente, su enseñanza ha sido de tipo memorístico, descontextualizada y poco ligada a herramientas tecnológicas. Este enfoque limita la comprensión real y motiva poco al estudiante, afectando directamente el rendimiento académico en pruebas de conocimiento y habilidades. Investigaciones recientes de Prastyo (2024) muestran que aprender sistemas de ecuaciones lineales mediante GeoGebra, con metodología guiada, aumenta significativamente la comprensión conceptual y la motivación del estudiante en comparación con métodos tradicionales.

La revolución tecnológica actual impacta energéticamente la educación: los docentes deben dejar atrás enfoques tradicionales y adoptar metodologías más cercanas al estudiante, individualizando el ritmo y contenido. El software GeoGebra se presenta como una herramienta potente, sencilla y accesible, que permite trabajar desde dispositivos móviles o computadores sin necesidad de laboratorios especializados. La integración de TIC/TAC con recursos interactivos favorece la enseñanza constructivista, potenciando aprendizaje significativo a través de experiencias dinámicas. Adesina & Sosanwo (2025) encontraron que alumnos del nivel secundario usando GeoGebra mejoraron notablemente su desempeño en álgebra frente a clases sin dicho recurso.

Por ello, surge esta investigación con el propósito de desarrollar una guía didáctica basada en GeoGebra para reforzar el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de primer año del Bachillerato General Unificado en la Unidad Educativa “Félix Granja”, en el

periodo lectivo 2024-2025. La herramienta es fácil de operar por los alumnos y permite manipular de forma visual e interactiva los modelos algebraicos y gráficos. Un diseño de actividades mediadas con GeoGebra, organizado bajo principios constructivistas, promueve la exploración activa y la reflexión profunda, tal como concluyó el metaanálisis de Ziatdinov & Valles (2022) sobre el uso del enfoque MVP (Modelado-Visualización-Programación) en entornos STEM.

Este diseño se justifica adicionalmente frente a los problemas presentes en el rendimiento académico actual: la falta de práctica reflexiva, poca vinculación con contextos reales, estilos diversos de aprendizaje y baja motivación. Un estudio realizado por Prastyo (2024) destaca que los estudiantes muestran mayor participación cuando construyen sus propios modelos de ecuaciones con GeoGebra y registran sus procesos en cuaderno, lo que mejora tanto la retención como la transferencia del concepto a situaciones reales.

La mediación pedagógica en la enseñanza de matemáticas adquiere especial relevancia cuando se integra con herramientas tecnológicas como GeoGebra. Este software no solo facilita la representación gráfica y algebraica integrada, sino que permite diseñar actividades interactivas que estimulan la construcción activa del conocimiento matemático. Estudios recientes como el de Ziatdinov & Valles (2022) demuestran que el enfoque MVP (Modelado-Visualización-Programación) potencia habilidades en álgebra lineal y resolución de ecuaciones, al ofrecer entornos de aprendizaje colaborativo e interactivo.

En contextos educativos de Bachillerato General Unificado, como el primer año en la Unidad Educativa “Félix Granja”, la diversidad de estilos de aprendizaje y niveles de razonamiento exige estrategias didácticas adaptativas. La aplicación de GeoGebra en entornos de aprendizaje

activo, por ejemplo, a través de tareas basadas en problemas formulados por el docente ha evidenciado mejoras significativas en actitudes matemáticas: perseverancia, rigor y autonomía (Schmid & Korenova, 2024). En este marco, el docente debe actuar como mediador, guiando con retroalimentación estructurada y contextualizada, más que como transmisor unidireccional del conocimiento.

Las estrategias didácticas propuestas combinan instrucción guiada y experiencia activa: los estudiantes trabajan con actividades diseñadas mediante una guía didáctica que estructura el uso de GeoGebra paso a paso, integrando tareas de construcción, reflexión y registro en cuaderno. Una investigación experimental en secundaria (Panjaitan, 2024) empleando GeoGebra bajo un modelo de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) reportó un aumento del 25 % en comprensión conceptual y mayor involucramiento. Este enfoque refuerza la mediación, permitiendo al docente personalizar escalas de complejidad y adaptarse al ritmo de cada estudiante.

Este enfoque constructivista mediado tecnológicamente responde a retos como el rendimiento académico bajo, la falta de motivación y la desconexión con contextos reales. Un meta estudio de integración de GeoGebra en matemática (Idham et al., 2024) concluyó que su uso como herramienta de enseñanza para ecuaciones lineales tuvo un efecto significativo en la mejora del rendimiento, y elevó la interacción e interés del alumnado cuando el docente lo utilizó como apoyo didáctico activo.

La investigación por desarrollar no solo facilitará el uso de GeoGebra, sino que situará al estudiante como constructor de conocimiento, promoviendo la reflexión y discusión colectiva. Este diseño intervenido por el docente se alinea con modelos de mediación pedagógica efectivamente

integrados con tecnologías emergentes, y fortalece el objetivo general de personalizar el aprendizaje en el contexto de la Unidad Educativa “Félix Granja” durante el periodo lectivo 2025–2026.

Los entornos escolares actuales enfrentan desafíos como la diversidad de estilos cognitivos y las brechas tecnológicas, especialmente en instituciones con recursos limitados. En este sentido, GeoGebra puede convertirse en una herramienta clave para promover equidad educativa, permitiendo acceso a plataformas adaptativas y visuales, incluso sin infraestructura sofisticada. Un estudio reciente en Ecuador sobre el uso de GeoGebra en enseñanza de programación lineal reportó mejoras significativas en rendimiento académico y motivación cuando se implementó mediante secuencias didácticas guiadas, comparado con grupos de control tradicionales (Aguilar et al., 2025).

La personalización del aprendizaje se ha convertido en una prioridad en sistemas educativos modernos, especialmente ante la heterogeneidad estudiantil. GeoGebra facilita rutas individualizadas, adaptando actividades al nivel, intereses y ritmo de cada alumno. Un metaanálisis de integración de GeoGebra destaca su efectividad al mejorar los resultados en sistemas de ecuaciones lineales y promover un pensamiento crítico y conceptual más sólido (Yerizon et al., 2023).

En particular, en el primer año de Bachillerato General Unificado, la enseñanza de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales representa un momento crucial para desarrollar pensamiento abstracto y álgebra funcional. El uso de GeoGebra, combinado con

mediación activa por parte del docente, fomenta la autonomía cognitiva, la atención al detalle y la autoestima matemática. Esto conecta directamente con el objetivo general de esta investigación.

Estas iniciativas educativas se integran dentro del modelo constructivista mediado tecnológicamente, donde el docente actúa como guía y facilitador. Esta forma de mediación ha sido respaldada por estudios de Prediger et al. (2015), que vinculan el uso de GeoGebra con un aumento en la interacción social del aula, el pensamiento colectivo y la capacidad de argumentación, comparado con estrategias de enseñanza tradicionales

1. TEMA

Incidencia del software GeoGebra en la capacidad de análisis y resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de primer año de "BGU" de la Unidad Educativa “Félix Granja” durante el periodo académico 2025-2026.

2. ANTECEDENTES

En la enseñanza de la asignatura de matemáticas, el docente debe promover experiencias que permitan articular los contenidos, los cuales deben favorecer la interdisciplinariedad y el pensamiento crítico. Es necesario que el docente ofrezca nuevas orientaciones en su quehacer pedagógico, debe incorporar en su enseñanza nuevas herramientas de trabajo. El fin de la enseñanza matemática no es sólo capacitar a los alumnos a resolver los problemas cuya solución ya conocemos, sino prepararlos para resolver problemas que aún no hemos sido capaces de solucionar (Guamán & Estrella, 2019).

La educación básica plantea la formación de un individuo proactivo y capacitado para la vida en sociedad, la aplicación de la matemática en la vida cotidiana a través de la resolución de problemas formará en el estudiante la base necesaria para la valoración de esta, dentro de la cultura de su comunidad, de su región y de su país (Guamán & Estrella, 2019).

Las matemáticas es una ciencia formal que partiendo de axiomas y siguiendo el razonamiento lógico, estudia las propiedades y relaciones entre entes abstractos. La educación matemática es un término que se refiere al aprendizaje como a la práctica y enseñanza de las matemáticas. La educación matemática constituye una disciplina que tiene como campo de estudio la problemática específica de transmitir y adquirir contenidos, conceptos, teorías y operaciones matemáticas (Tigrero, 2019).

La situación de enseñar y aprender conjuntamente está estrechamente relacionada, más en el área de las matemáticas ya que intervienen varios factores en el aprendizaje de esta área, de ahí

que entender las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se haya convertido en una preocupación por parte de los docentes, tomando a consideración un bajo rendimiento académico. A esto hay que añadir que la sociedad actual, cada vez más desarrollada tecnológicamente, los diferentes estilos de aprendizaje, la metodología aplicada, falta de recursos didácticos (Orrantia, 2019).

Ha esto hay que añadir que, los estudiantes, el docente, las autoridades educativas en gran parte tienen la culpa, ya que, desde el estudiante, no se vincula con la materia, perdiendo el interés por ella, donde el docente llega da su clase y se retira sin más, repitiendo la misma rutina en la enseñanza, o el hecho de falta de equipamiento en los centros educativos, falta o poco uso de las herramientas tecnológicas educativas presente en el medio (Nonaka, 2020).

El docente debe interpretar las causas y características de estas dificultades para poder tratarlas adecuadamente. Hay que destacar, por tanto, el papel tan importante que juega la formación con qué cuenta el docente para abordarlas, pero también su implicación a la hora de dar respuesta a la atención a la diversidad del estudiante (Fernández, 2019).

3. PROBLEMA

3.1. Descripción del problema

Al diagnosticar que el uso de las TIC y TAC en el entorno educativo en muchos países busca mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas, particularmente en la resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales. La eficacia de las herramientas tecnológicas, como el software GeoGebra, en la mejora de la comprensión y el rendimiento de los estudiantes en matemáticas, incluyendo los sistemas de ecuaciones lineales, es un tema de interés en políticas educativas y enfoques pedagógicos a nivel nacional e internacional.

En Ecuador, las instituciones educativas de nivel secundario manejan un módulo que con el paso de los años no ha logrado resultados deseados especialmente en análisis y resolución de sistemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales. La falta de información específica que integre el uso de software como GeoGebra para abordar este tema puede ser una limitación clave.

En la actualidad la ciudad de Guaranda es conocida por su fuerte énfasis en la educación tradicional. Sin embargo, la efectividad de este método se cuestiona debido al problema del bajo rendimiento académico, siendo crucial considerar la experiencia directa de los estudiantes y profesores quienes enfrentan desafíos por la enseñanza-aprendizaje de conceptos complejos como los sistemas de ecuaciones lineales. (Fernández, 2019).

El problema se centra en las necesidades y dificultades específicas de los estudiantes al aprender los sistemas de ecuaciones lineales de primer grado, puesto que se ha observado que los estudiantes pueden enfrentar dificultades para comprender los conceptos abstractos y aplicarlos a

situaciones reales. Además, la falta de recursos interactivos y prácticos puede limitar su capacidad para relacionar las ecuaciones con su aplicación en diferentes campos, como la física, la economía o la ingeniería. Por lo tanto, es esencial desarrollar una instrucción estructurada y efectiva, que integre el uso del software GeoGebra, de modo que los estudiantes puedan adquirir una comprensión sólida y aplicar en la resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales en situaciones reales de manera efectiva.

3.2. Formulación del problema

¿De qué manera incide el software GeoGebra en el desarrollo de la capacidad de análisis y resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales en los estudiantes de primer año de BGU de la unidad educativa “Félix Granja”” durante el periodo 2025-2026?

Preguntas directrices

- ¿Cuáles son las ventajas teóricas y pedagógicas de utilizar GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza-aprendizaje en la resolución de problemas complejos con sistema de Ecuaciones Lineales?
- ¿Qué herramientas pedagógicas y contenidos específicos se deben incluir en el análisis y resolución de problemas complejos con ecuaciones lineales utilizando el software GeoGebra para el aprendizaje de los estudiantes de bachillerato?

4. JUSTIFICACIÓN

El aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales es una etapa fundamental en la formación matemática de los estudiantes, ya que la comprensión profunda de las ecuaciones es esencial para abordar problemas complejos y tomar decisiones informadas en estas áreas. Sin embargo, la enseñanza de sistema de ecuaciones puede ser un desafío, ya que es un concepto abstracto y a menudo se percibe como difícil por parte de los estudiantes. Sin embargo, se ha observado que a menudo los métodos tradicionales de enseñanza no logran transmitir de manera óptima estos conceptos complejos. En este contexto, la integración de tecnologías educativas, como GeoGebra, se presenta como una solución contemporánea y relevante para mejorar la comprensión y aplicabilidad de sistema de ecuaciones lineales.

Aquí es donde la integración del software GeoGebra como herramienta didáctica adquiere relevancia por ser ampliamente utilizada en el ámbito académico y profesional para análisis y visualización de datos, y es particularmente efectiva para ilustrar conceptos matemáticos complejos. Su capacidad para mostrar visualmente gráficos, cálculos precisos y soluciones en tiempo real proporciona una plataforma interactiva y dinámica que puede ayudar a los estudiantes a comprender mejor, ya que, al integrar este software en una guía educativa, se puede proporcionar un enfoque estructurado y práctico para el aprendizaje de ecuaciones y por ende sistemas de ecuaciones lineales.

El enfoque de desarrollar una guía educativa específica para enseñar sistema de ecuaciones lineales utilizando GeoGebra es original en su naturaleza. Aunque existen múltiples recursos educativos sobre cálculo y resolución de ecuaciones lineales, la combinación de una guía detallada

y estructurada que integre este software particular para abordar sistemas de ecuaciones lineales es innovadora y llena un vacío en la literatura educativa.

Los principales beneficiarios de este proyecto son los estudiantes de bachillerato, así como los profesores que imparten enseñanza de matemáticas a este nivel. La guía diseñada proporcionará a los estudiantes un recurso claro y accesible para aprender sistemas de ecuaciones lineales, promoviendo una comprensión más profunda. Para los profesores, será una herramienta valiosa para enriquecer su enseñanza y hacerla más interactiva y aplicada.

La viabilidad de este proyecto radica en la accesibilidad y amplia disponibilidad del software GeoGebra, que es ampliamente utilizado en entornos educativos y profesionales. Además, la estructura y contenido de la investigación pueden diseñarse de manera flexible para adaptarse a distintos programas de estudio y entornos educativos. La tecnología moderna permite la distribución eficiente y económica de estos recursos, asegurando su accesibilidad a estudiantes y profesores en diferentes instituciones educativas.

5. OBJETIVOS

5.1. Objetivo General

Determinar la incidencia del uso del software GeoGebra en el desarrollo de la capacidad de análisis y resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales en los estudiantes de primer año de BGU de la Unidad Educativa "Félix Granja", durante el periodo académico 2025-2026.

5.2. Objetivos Específicos

OE1: Diagnosticar el nivel actual de conocimientos y habilidades que poseen los estudiantes para resolver problemas complejos de sistemas de ecuaciones lineales antes de aplicar el software.

OE2: Fundamentar y analizar las estrategias didácticas basadas en el uso de GeoGebra para facilitar al estudiante una interpretación crítica para la resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales,

OE3: Diseñar una guía didáctica para el aprendizaje de problemas complejos de sistema de ecuaciones lineales con el software GeoGebra para los estudiantes de primero de bachillerato de la unidad educativa Félix Granja.

6. MARCO TEÓRICO

6.1. Teoría científica

Constructivismo

Concepto y fundamentos del constructivismo

El constructivismo es una teoría del aprendizaje que sostiene que el conocimiento no se transmite de manera pasiva, sino que es construido activamente por el sujeto a partir de sus experiencias y conocimientos previos, este enfoque plantea que el estudiante es protagonista de su propio aprendizaje, interpretando la información en función de sus estructuras cognitivas existentes, en este sentido el aprendizaje no consiste en la simple acumulación de datos sino en un proceso dinámico de construcción de significados, los teóricos Rubio & Jiménez (2021) afirman que el constructivismo se consolida como un paradigma educativo que integra procesos cognitivos y sociales en la formación del conocimiento.

Desde una perspectiva teórica el constructivismo se fundamenta en la idea de que el conocimiento es el resultado de la interacción entre el individuo y su entorno, esto implica que el aprendizaje se produce cuando el estudiante logra relacionar nueva información con estructuras cognitivas previas generando así aprendizajes significativos, en este marco la actividad mental del estudiante es esencial para comprender y transformar la información recibida, investigaciones recientes destacan que este enfoque promueve el desarrollo de habilidades cognitivas superiores, como el análisis, la reflexión y la autonomía en el aprendizaje (Villacis et al., 2023).

Uno de los fundamentos centrales del constructivismo es el aprendizaje significativo el cual se produce cuando los nuevos conocimientos se integran de manera coherente en la estructura cognitiva del estudiante, este proceso implica una reorganización interna de ideas que permite comprender y aplicar el conocimiento en distintos contextos, además el constructivismo reconoce la importancia de considerar los conocimientos previos del estudiante como punto de partida del aprendizaje, de acuerdo con Vaca et al. (2026) este enfoque favorece metodologías activas que estimulan la participación y la construcción autónoma del conocimiento.

Otro fundamento importante del constructivismo es la interacción social como elemento clave en la construcción del conocimiento, el aprendizaje no solo ocurre a nivel individual sino también a través de la colaboración, el diálogo y el intercambio de ideas con otros, este enfoque resalta el valor del contexto social y cultural en el proceso educativo ya que influye en la forma en que los estudiantes interpretan y construyen el conocimiento, en este sentido el constructivismo promueve ambientes de aprendizaje participativos donde el estudiante interactúa activamente con su entorno (García, 2020).

El constructivismo también se caracteriza por otorgar un papel activo tanto al estudiante como al docente dentro del proceso educativo, el estudiante es considerado un agente activo que construye su conocimiento mediante la exploración y la reflexión mientras que el docente actúa como facilitador o mediador del aprendizaje, este cambio de roles implica una transformación en las prácticas pedagógicas tradicionales, orientándolas hacia estrategias que promuevan la participación y el pensamiento crítico. Ronquillo et al. (2023) mencionan que este modelo fomenta la creatividad, la cooperación y el aprendizaje interactivo en los estudiantes.

Evolución histórica del constructivismo

La evolución histórica del constructivismo tiene sus raíces en la filosofía clásica donde pensadores como Sócrates, Platón y Aristóteles ya planteaban que el conocimiento se construye a partir de la experiencia y la reflexión, estas ideas iniciales sentaron las bases para comprender el aprendizaje como un proceso activo, en el cual el sujeto interpreta la realidad en lugar de recibirla de forma pasiva, con el paso del tiempo estas concepciones filosóficas fueron retomadas y desarrolladas por diferentes corrientes pedagógicas, según Tsulaia (2023) el constructivismo se fundamenta en una tradición epistemológica que ha evolucionado desde la antigüedad hasta consolidarse como una teoría moderna del aprendizaje.

Durante la edad moderna, el constructivismo se vio influenciado por el pensamiento de filósofos como Immanuel Kant, quien propuso que el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del sujeto a partir de estructuras mentales, esta idea marcó un punto de inflexión en la comprensión del aprendizaje al reconocer la participación activa del individuo en la construcción del conocimiento, posteriormente estas bases filosóficas dieron lugar a enfoques pedagógicos centrados en el estudiante, investigaciones como el de Almulla (2023) mencionan que esta etapa fue clave para el desarrollo de teorías cognitivas que sustentan el constructivismo actual.

En el siglo XX, el constructivismo se consolida como teoría del aprendizaje gracias a los aportes de la psicología cognitiva, en este periodo destacan dos grandes corrientes el constructivismo cognitivo y el constructivismo social, el primero se centra en los procesos internos del individuo mientras que el segundo enfatiza la influencia del entorno social en el aprendizaje, estas perspectivas permitieron comprender que el conocimiento es el resultado de la interacción

entre factores internos y externos, de acuerdo con Daodu et al. (2024) esta etapa marcó la transición hacia modelos educativos más centrados en el estudiante y en su proceso de construcción del conocimiento.

A partir de la segunda mitad del siglo XX el constructivismo comenzó a influir significativamente en la práctica educativa promoviendo metodologías activas y participativas, este enfoque se consolidó como una alternativa a los modelos tradicionales de enseñanza que se centraban en la transmisión de contenidos, en este contexto se introdujeron estrategias como el aprendizaje basado en problemas, el aprendizaje colaborativo y el uso de experiencias significativas en el aula, según Zamrin et al. (2024) el constructivismo impulsó cambios importantes en los sistemas educativos favoreciendo entornos de aprendizaje más dinámicos y centrados en el estudiante.

En el siglo XXI el constructivismo ha evolucionado integrando las tecnologías digitales y los entornos virtuales de aprendizaje. La incorporación de herramientas tecnológicas ha permitido ampliar las posibilidades de interacción, colaboración y acceso a la información fortaleciendo los principios constructivistas, en este sentido el aprendizaje se concibe como un proceso aún más dinámico, en el que los estudiantes construyen conocimiento a través de múltiples fuentes y experiencias digitales, estudios recientes señalan que el constructivismo sigue siendo un marco teórico vigente que se adapta a las demandas de la educación contemporánea (Jumaah, 2024).

Aportes de Jean Piaget

Los aportes de Jean Piaget constituyen uno de los pilares fundamentales del constructivismo especialmente desde la perspectiva cognitiva del aprendizaje, Piaget planteó que

el conocimiento no es una copia de la realidad sino una construcción activa que realiza el individuo a partir de su interacción con el entorno, este enfoque revolucionó la educación al desplazar la idea de enseñanza centrada en el docente hacia un aprendizaje centrado en el estudiante, según Chand (2023) la teoría de Piaget establece que los estudiantes construyen su conocimiento utilizando experiencias previas como base para integrar nuevos aprendizajes.

Uno de los principales aportes de Piaget es la explicación de los procesos cognitivos mediante los mecanismos de asimilación y acomodación, la asimilación ocurre cuando el individuo incorpora nueva información en esquemas mentales existentes mientras que la acomodación implica modificar esos esquemas para adaptarse a nuevas experiencias, estos procesos permiten alcanzar un estado de equilibrio cognitivo, fundamental para el aprendizaje significativo, de acuerdo con los autores Erawati & Adnyana (2024) estos principios explican cómo los estudiantes construyen conocimientos de manera progresiva a través de la interacción con su entorno.

Otro aporte relevante de Piaget es su teoría de las etapas del desarrollo cognitivo en la cual describe cómo evolucionan las capacidades intelectuales del individuo desde la infancia hasta la adolescencia, estas etapas determinan la forma en que los estudiantes comprenden y procesan la información en diferentes momentos de su desarrollo, este enfoque ha permitido adaptar los procesos de enseñanza a las características cognitivas de los estudiantes, favoreciendo una educación más adecuada a sus necesidades, investigaciones como el de Zuljan et al. (2021) destacan que estas etapas siguen siendo una referencia clave en el diseño de estrategias pedagógicas actuales

Piaget aportó una visión del aprendizaje como un proceso activo en el que el estudiante construye su conocimiento mediante la exploración, la experimentación y la reflexión, este enfoque ha influido en el desarrollo de metodologías activas como el aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje por descubrimiento, además su teoría resalta la importancia de crear ambientes educativos que estimulen la participación y el pensamiento crítico, según Kenoba et al. (2025) la pedagogía constructivista inspirada en Piaget promueve una educación más reflexiva, participativa y orientada a la comprensión profunda del conocimiento.

Aportes de Lev Vygotsky

Los aportes de Lev Vygotsky se fundamentan en su teoría sociocultural del aprendizaje la cual plantea que el desarrollo cognitivo está profundamente influenciado por la interacción social y el contexto cultural, desde esta perspectiva el conocimiento no se construye de manera individual sino a través de la participación en actividades sociales mediadas por herramientas culturales, este enfoque redefine el aprendizaje como un proceso colectivo en el que intervienen factores históricos, sociales y culturales, según Veraksa et al. (2024) la teoría histórico cultural de Vygotsky destaca que el desarrollo humano debe entenderse dentro de un contexto social dinámico que influye en la formación de las funciones psicológicas superiores.

Uno de los principales aportes de Vygotsky es el concepto de mediación el cual sostiene que el aprendizaje ocurre a través de herramientas psicológicas como el lenguaje, los símbolos y los artefactos culturales, estas herramientas permiten que los individuos internalicen conocimientos y desarrollen habilidades cognitivas superiores, en este sentido el lenguaje se convierte en un elemento clave para la organización del pensamiento y la construcción del

conocimiento, de acuerdo con Cong-Lem (2022) la teoría sociocultural enfatiza que la cognición humana está mediada por signos y herramientas que emergen del entorno social y cultural.

Otro aporte fundamental es la relación entre aprendizaje y desarrollo donde Vygotsky plantea que el aprendizaje precede al desarrollo cognitivo a diferencia de otras teorías que consideran lo contrario, esta idea se refleja en su planteamiento de que la enseñanza adecuada puede impulsar el desarrollo intelectual del estudiante, asimismo el aprendizaje se concibe como un proceso guiado que permite al individuo alcanzar niveles superiores de comprensión, según Rubtsov (2024) el enfoque de Vygotsky resalta que el desarrollo intelectual se produce mediante la interacción con otros especialmente en contextos educativos estructurados.

Vygotsky aportó una visión integral del aprendizaje al considerar la relación entre emoción, cognición y contexto social, este enfoque reconoce que el desarrollo cognitivo no puede separarse de los aspectos afectivos y culturales del individuo, además sus ideas han influido en la creación de metodologías educativas centradas en la colaboración el aprendizaje guiado y la participación activa del estudiante, de acuerdo con Cong-Lem (2023) la perspectiva vygotskiana permite comprender cómo los procesos emocionales y sociales interactúan con la cognición en la construcción del conocimiento.

Aportes de David Ausubel

Los aportes de David Ausubel se centran en su teoría del aprendizaje significativo la cual constituye uno de los fundamentos más importantes del constructivismo cognitivo. Ausubel sostiene que el aprendizaje ocurre cuando la nueva información se relaciona de manera sustancial

con los conocimientos previos del estudiante lo que permite una comprensión profunda y duradera, este enfoque enfatiza que el conocimiento no debe memorizarse de forma mecánica sino integrarse en la estructura cognitiva existente, según los autores Bryce & Blown (2024) la teoría de Ausubel destaca que el aprendizaje depende principalmente de la capacidad del estudiante para vincular nuevos conceptos con conocimientos previamente adquiridos.

Uno de los principales aportes de Ausubel es la importancia del conocimiento previo como factor determinante en el aprendizaje, este autor afirma que el elemento más influyente en el proceso educativo es lo que el estudiante ya sabe, ya que esto condiciona la forma en que interpreta y asimila nueva información, en este sentido el aprendizaje significativo requiere que los contenidos sean potencialmente comprensibles y que el estudiante tenga disposición para aprender, de acuerdo con Silva (2020) el aprendizaje significativo se logra cuando existe una adecuada relación entre los nuevos contenidos, la estructura cognitiva previa y la motivación del estudiante.

Otro aporte relevante de Ausubel es el concepto de organizadores previos los cuales son herramientas pedagógicas que facilitan la comprensión de nuevos contenidos al proporcionar una estructura conceptual inicial, estos organizadores permiten que el estudiante establezca conexiones entre lo que ya conoce y la nueva información, favoreciendo la integración del conocimiento, asimismo Ausubel propone principios como la diferenciación progresiva y la reconciliación integradora los cuales explican cómo se organiza y reorganiza el conocimiento en la mente del estudiante, según los autores Damayanti & Abimanyu (2025) estos principios contribuyen a mejorar la comprensión conceptual y el aprendizaje en contextos educativos.

Ausubel aportó una visión del aprendizaje centrada en la enseñanza estructurada y significativa donde el docente desempeña un papel clave en la organización de los contenidos y en la facilitación del aprendizaje, este enfoque ha influido en el diseño de estrategias didácticas que priorizan la comprensión sobre la memorización, promoviendo un aprendizaje más profundo y funcional. Además, su teoría sigue siendo relevante en la actualidad, especialmente en entornos educativos donde se busca integrar tecnología y metodologías activas, en este sentido investigaciones recientes destacan que el enfoque de Ausubel continúa siendo una base sólida para mejorar la calidad del aprendizaje en diversos niveles educativos (Silva, 2020).

Principios del aprendizaje constructivista

Los principios del aprendizaje constructivista se fundamentan en la idea de que el conocimiento es construido activamente por el estudiante a partir de sus experiencias previas y su interacción con el entorno, este enfoque plantea que el aprendizaje no es un proceso pasivo sino dinámico en el cual el estudiante reorganiza continuamente sus estructuras cognitivas, en este sentido el constructivismo se apoya en la relación entre aprendizaje, enseñanza y conocimiento como elementos interdependientes dentro del proceso educativo, el teórico Martínez (2021) menciona que el constructivismo puede entenderse desde distintas acepciones que integran la construcción del conocimiento, el proceso de enseñanza y las prácticas educativas en el aula.

Uno de los principios fundamentales del constructivismo es la importancia de los conocimientos previos del estudiante los cuales constituyen la base sobre la cual se construyen nuevos aprendizajes, este principio sostiene que el aprendizaje es significativo cuando el estudiante logra relacionar la nueva información con lo que ya conoce permitiendo una comprensión más

profunda, asimismo se reconoce que cada estudiante posee una estructura cognitiva única lo que implica la necesidad de adaptar las estrategias pedagógicas, investigaciones recientes destacan que el constructivismo orienta el proceso educativo hacia la activación de saberes previos como punto de partida del aprendizaje. (Juca & Jaramillo, 2021)

Otro principio esencial es el aprendizaje activo el cual implica que el estudiante debe participar de manera directa en la construcción de su conocimiento mediante la exploración, la experimentación y la resolución de problemas, este enfoque promueve metodologías centradas en el estudiante donde se prioriza la reflexión, el análisis y la participación, además el constructivismo resalta la importancia del error como parte del proceso de aprendizaje, considerándolo una oportunidad para la reconstrucción del conocimiento, de acuerdo con estudios recientes este principio favorece el desarrollo de habilidades cognitivas superiores y el pensamiento crítico (Preciado, 2021).

Los teóricos Alvarado & Vélez (2025) el constructivismo establece como principio la interacción social en el aprendizaje, reconociendo que el conocimiento se construye también a través del diálogo, la colaboración y el intercambio de ideas, este principio resalta el papel del contexto sociocultural en la formación del individuo así como la importancia del trabajo colaborativo en el aula, de igual forma el docente actúa como mediador del aprendizaje, facilitando la construcción del conocimiento mediante estrategias didácticas adecuadas, en este contexto los principios constructivistas orientan la práctica educativa hacia modelos participativos, reflexivos y centrados en el estudiante.

Rol del docente en el enfoque constructivista

En el enfoque constructivista el rol del docente se transforma significativamente, pasando de ser un transmisor de conocimientos a un facilitador del aprendizaje, este cambio implica que el docente deja de ocupar una posición central en la enseñanza tradicional para asumir una función orientadora en la que guía al estudiante en la construcción de su propio conocimiento, de esta manera el proceso educativo se centra en el estudiante promoviendo su participación activa y su autonomía, los teóricos Piaguage-Criollo et al. (2024) mencionan que en el constructivismo el docente cumple una función clave como mediador, apoyando a los estudiantes en la construcción de conocimientos a partir de sus experiencias previas.

Otro aspecto fundamental del rol docente en este enfoque es la mediación pedagógica, la cual consiste en diseñar y aplicar estrategias didácticas que faciliten el aprendizaje significativo, el docente debe crear situaciones de aprendizaje que permitan al estudiante explorar, reflexionar y resolver problemas, favoreciendo así el desarrollo de habilidades cognitivas superiores, además es necesario que el docente adapte sus estrategias a las características individuales de los estudiantes reconociendo sus conocimientos previos y estilos de aprendizaje, de acuerdo con Camargo & Montoya (2024) el docente constructivista promueve prácticas pedagógicas centradas en la participación activa y en la construcción del conocimiento en el aula.

De igual forma el docente en el constructivismo desempeña un papel importante en la creación de ambientes de aprendizaje colaborativos, este enfoque resalta la importancia de la interacción social como elemento clave en la construcción del conocimiento por lo que el docente debe fomentar el trabajo en grupo, el diálogo y el intercambio de ideas, en este contexto el docente

actúa como un facilitador que promueve la participación y la cooperación entre los estudiantes, los autores Rico-Gómez & Ponce (2022) afirman que el rol docente en el paradigma socio constructivista se orienta hacia el desarrollo de competencias mediante prácticas participativas y colaborativas en el aula.

El docente constructivista también asume un rol reflexivo e innovador en el que evalúa constantemente su práctica pedagógica para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, este enfoque implica el uso de metodologías activas, recursos didácticos y tecnologías educativas que favorezcan la construcción del conocimiento, además el docente debe estar en constante actualización para responder a las demandas de la educación contemporánea, en este sentido investigaciones recientes señalan que el rol docente ha evolucionado hacia una función más compleja en la que se integran la mediación pedagógica, la innovación y el acompañamiento del aprendizaje (Vaca et al., 2025).

Rol del estudiante en el aprendizaje activo

En el aprendizaje activo, el estudiante asume un rol protagónico en la construcción de su propio conocimiento dejando de ser un receptor pasivo de información, este enfoque fundamentado en el constructivismo plantea que el aprendizaje ocurre cuando el estudiante participa de manera consciente en actividades que implican reflexión, análisis y aplicación del conocimiento, de esta manera el estudiante se convierte en un agente activo que interpreta, transforma y organiza la información en función de sus experiencias previas, el autor Basu (2018) menciona que el aprendizaje activo basado en el constructivismo permite que los estudiantes

desarrollen habilidades para enfrentar problemas complejos mediante procesos de construcción autónoma del conocimiento.

Otro aspecto fundamental del rol del estudiante en el aprendizaje activo es su responsabilidad en el proceso educativo, este enfoque promueve la autorregulación donde el estudiante gestiona su propio aprendizaje, establece objetivos y evalúa sus avances, en este sentido el estudiante no solo participa en actividades sino que también reflexiona sobre su propio proceso de aprendizaje, fortaleciendo habilidades metacognitivas, de acuerdo con estudios recientes el aprendizaje activo fomenta la autonomía y la responsabilidad del estudiante al involucrarlo directamente en la construcción del conocimiento y en la toma de decisiones durante el proceso educativo (Hartikainen et al., 2019).

De igual forma el aprendizaje activo implica que el estudiante participe en actividades colaborativas que favorezcan la interacción social y el intercambio de ideas, en este contexto el estudiante no solo aprende de manera individual sino también mediante el trabajo en grupo, el diálogo y la discusión, estas interacciones permiten desarrollar habilidades sociales y cognitivas como el pensamiento crítico y la resolución de problemas, según Siregar et al. (2025) los modelos de aprendizaje constructivista promueven la participación activa del estudiante en entornos colaborativos fortaleciendo la creatividad, el análisis y la construcción colectiva del conocimiento.

El estudiante en el aprendizaje activo se caracteriza por su participación en actividades significativas que le permiten aplicar el conocimiento en contextos reales, este enfoque enfatiza la importancia de aprender haciendo lo que implica que el estudiante debe involucrarse en tareas como la resolución de problemas, el análisis de casos y la experimentación, estas prácticas

favorecen un aprendizaje profundo y duradero, orientado al desarrollo de competencias, según el teórico Deng (2025) el aprendizaje activo basado en el constructivismo promueve la participación del estudiante en actividades prácticas y reflexivas que fortalecen la comprensión y el desarrollo de habilidades cognitivas superiores.

Aprendizaje significativo en matemáticas

El aprendizaje significativo en matemáticas se fundamenta en la capacidad del estudiante para relacionar los nuevos conocimientos con sus experiencias y saberes previos, lo que permite una comprensión profunda de los conceptos matemáticos, este enfoque se opone a la memorización mecánica promoviendo en cambio la construcción activa del conocimiento a través de la reflexión y la aplicación, en este sentido el aprendizaje matemático adquiere relevancia cuando los contenidos tienen sentido para el estudiante y pueden ser utilizados en contextos reales, el teórico Sosa (2021) afirma que el aprendizaje significativo en matemáticas depende de la implementación de estrategias metodológicas que faciliten la comprensión y la conexión entre teoría y práctica.

Un aspecto clave del aprendizaje significativo en matemáticas es la contextualización de los contenidos lo cual implica relacionar los conceptos matemáticos con situaciones de la vida cotidiana, esta estrategia permite que los estudiantes comprendan la utilidad de las matemáticas y desarrollen un mayor interés por la asignatura, la integración de elementos emocionales en el proceso de aprendizaje contribuye a fortalecer la motivación y la disposición del estudiante, de acuerdo con Burgos-Macías (2024) el aprendizaje significativo en matemáticas se potencia cuando los contenidos se vinculan con experiencias reales y con aspectos emocionales que favorecen la comprensión.

De igual forma el aprendizaje significativo en matemáticas se ve favorecido por la implementación de metodologías activas que promueven la participación del estudiante en la resolución de problemas, estas metodologías permiten que el estudiante desarrolle habilidades como el pensamiento lógico, el análisis y la toma de decisiones, en este contexto el aprendizaje cooperativo y el trabajo en grupo juegan un papel importante ya que facilitan el intercambio de ideas y la construcción colectiva del conocimiento, según los teóricos Tamayo & Martínez (2024), la aplicación de metodologías activas en matemáticas mejora significativamente la comprensión y aplicación de los conceptos matemáticos en estudiantes de nivel secundario.

El aprendizaje significativo en matemáticas implica el uso de estrategias didácticas adecuadas que permitan desarrollar competencias en la resolución de problemas, estas estrategias incluyen el uso de recursos tecnológicos, actividades prácticas y situaciones problemáticas que desafíen al estudiante a aplicar sus conocimientos, además el docente debe orientar el proceso de aprendizaje para garantizar que los estudiantes logren una comprensión profunda de los contenidos, de acuerdo con Morán et al. (2023) la aplicación de estrategias basadas en el aprendizaje significativo contribuye al desarrollo de habilidades matemáticas y mejora el rendimiento académico de los estudiantes.

Constructivismo en la enseñanza de las matemáticas

El constructivismo en la enseñanza de las matemáticas se fundamenta en la idea de que el estudiante construye activamente su conocimiento a partir de la interacción con problemas, situaciones y contextos significativos, este enfoque rompe con los modelos tradicionales centrados en la memorización de fórmulas, promoviendo en cambio la comprensión profunda de los

conceptos matemáticos, en este sentido la enseñanza de las matemáticas se orienta hacia la exploración, la reflexión y la aplicación del conocimiento en situaciones reales, según el autor Muñoz (2020) el constructivismo constituye un modelo pedagógico que transforma la enseñanza matemática al considerar al estudiante como protagonista del aprendizaje y al conocimiento como una construcción contextualizada.

En este enfoque el docente debe diseñar estrategias didácticas que permitan al estudiante construir conceptos matemáticos a través de la resolución de problemas y la experimentación, esto implica que la enseñanza no se limita a la transmisión de contenidos, sino que se centra en la creación de ambientes de aprendizaje que favorezcan la participación activa, además el uso de recursos didácticos y tecnológicos contribuye a facilitar la comprensión de conceptos abstractos, de acuerdo con Cuyo (2024) la integración del constructivismo con herramientas tecnológicas fortalece el aprendizaje matemático al fomentar la participación activa y la resolución de situaciones problemáticas.

Otro aspecto importante del constructivismo en la enseñanza de las matemáticas es el énfasis en el aprendizaje significativo, donde los estudiantes relacionan los nuevos conocimientos con sus experiencias previas, este proceso permite una mejor comprensión de los conceptos matemáticos y facilita su aplicación en diferentes contextos, de igual forma el trabajo colaborativo y el intercambio de ideas favorecen la construcción colectiva del conocimiento, según Miranda-Núñez (2022) la práctica educativa constructivista en matemáticas promueve el desarrollo del pensamiento lógico y la comprensión profunda mediante la interacción y la reflexión constante.

El constructivismo en la enseñanza de las matemáticas contribuye al desarrollo de habilidades cognitivas superiores como el razonamiento, el análisis y la resolución de problemas, este enfoque permite que los estudiantes no solo aprendan contenidos matemáticos sino que también desarrollen competencias que les serán útiles en su vida académica y cotidiana, además promueve una educación más dinámica, participativa y centrada en el estudiante, en este sentido investigaciones recientes destacan que la aplicación del modelo constructivista mejora significativamente el proceso de enseñanza-aprendizaje y el rendimiento en matemáticas (Vega et al., 2024).

Resolución de problemas desde el constructivismo

La resolución de problemas desde el constructivismo se concibe como un proceso activo mediante el cual el estudiante construye su conocimiento a partir de la interacción con situaciones problemáticas significativas, este enfoque plantea que aprender matemáticas no consiste únicamente en aplicar procedimientos sino en comprender, analizar y dar sentido a los problemas planteados, en este contexto los problemas se convierten en el eje central del aprendizaje ya que permiten al estudiante desarrollar habilidades cognitivas superiores, según el autor Polo (2020), la resolución de problemas en el marco constructivista favorece la construcción del conocimiento y mejora el rendimiento académico al involucrar activamente al estudiante en su aprendizaje.

Desde esta perspectiva el estudiante desempeña un papel protagónico en la resolución de problemas ya que debe interpretar la situación, formular estrategias y evaluar sus resultados, este proceso implica la activación de conocimientos previos y la construcción de nuevos significados a partir de la experiencia, además el constructivismo reconoce que no existe una única forma de

resolver un problema lo que fomenta la creatividad y el pensamiento crítico, de acuerdo con Orihuela (2024) las estrategias de resolución de problemas se basan en procesos cognitivos que integran experiencias previas y contextos reales, fortaleciendo el pensamiento lógico matemático.

Otro aspecto importante es el papel del docente como mediador en el proceso de resolución de problemas, en el enfoque constructivista el docente guía al estudiante mediante preguntas, orientaciones y retroalimentación, sin imponer procedimientos rígidos, esto permite que el estudiante explore diferentes caminos para llegar a la solución, promoviendo un aprendizaje más profundo y significativo, de igual forma el uso de metodologías activas como el aprendizaje basado en problemas contribuye al desarrollo de competencias matemáticas, según los teóricos Panta & Pisco (2023) la aplicación de estrategias metodológicas centradas en la resolución de problemas mejora significativamente las habilidades matemáticas de los estudiantes.

La resolución de problemas desde el constructivismo promueve el desarrollo integral del estudiante al fortalecer habilidades como el razonamiento, la toma de decisiones y la aplicación del conocimiento en contextos reales, este enfoque permite que el aprendizaje sea funcional y transferible a diversas situaciones de la vida cotidiana, además contribuye al desarrollo del pensamiento crítico y la autonomía en el aprendizaje, en este sentido investigaciones recientes destacan que las metodologías constructivistas orientadas a la resolución de problemas favorecen el desarrollo del pensamiento crítico y mejoran el desempeño académico en matemáticas (Cajas et., 2024).

Estrategias didácticas constructivistas

Las estrategias didácticas constructivistas se fundamentan en la participación activa del estudiante en la construcción de su propio conocimiento, promoviendo procesos de aprendizaje dinámicos y significativos, estas estrategias buscan superar los modelos tradicionales centrados en la memorización, orientándose hacia la comprensión, el análisis y la aplicación de los contenidos, en este enfoque el aprendizaje se construye a partir de la interacción con el entorno, la reflexión y la experiencia, según Chele et al. (2025) las estrategias constructivistas como el aprendizaje basado en problemas y el trabajo colaborativo favorecen la comprensión profunda y la participación activa del estudiante.

Entre las principales estrategias didácticas constructivistas se destacan el aprendizaje basado en problemas, el aprendizaje colaborativo, la gamificación y el uso de tecnologías digitales, estas metodologías permiten que el estudiante enfrente situaciones reales o simuladas lo que facilita la construcción de conocimientos a partir de la experiencia, además fomentan habilidades como el pensamiento crítico, la creatividad y la resolución de problemas, de acuerdo con Bonilla et al. (2023) las estrategias didácticas mediadas por tecnologías promueven procesos de aprendizaje autónomos y la generación de conocimiento a partir de la experiencia.

Otro aspecto relevante de estas estrategias es su relación con el aprendizaje significativo, ya que permiten que los estudiantes establezcan conexiones entre los nuevos conocimientos y sus saberes previos, para ello el docente debe diseñar actividades que estimulen la exploración, la reflexión y la construcción del conocimiento, de igual forma estas estrategias favorecen la motivación del estudiante al involucrarlo activamente en su proceso de aprendizaje, según los

autores Moreno & Loja (2026) las estrategias didácticas activas contribuyen de manera significativa al desarrollo del aprendizaje significativo en diferentes contextos educativos.

Las estrategias didácticas constructivistas requieren un rol docente orientado a la mediación pedagógica en el cual el profesor guía, orienta y facilita el aprendizaje en lugar de transmitir conocimientos de forma directa, este enfoque implica la creación de ambientes de aprendizaje flexibles, participativos y centrados en el estudiante, además estas estrategias se adaptan a diferentes contextos educativos, incluyendo entornos presenciales y virtuales, de acuerdo con Garcia et al. (2025) la implementación de estrategias didácticas permite mejorar los procesos de aprendizaje al integrar metodologías innovadoras y recursos tecnológicos en la educación.

Ventajas y limitaciones del constructivismo

El constructivismo presenta múltiples ventajas en el ámbito educativo principalmente por su enfoque centrado en el estudiante y en la construcción activa del conocimiento, este modelo promueve el aprendizaje significativo ya que permite que los estudiantes relacionen los nuevos contenidos con sus conocimientos previos, facilitando una comprensión más profunda, además fomenta el desarrollo de habilidades cognitivas superiores como el análisis, la reflexión y la resolución de problemas, según los autores Rubio & Jiménez (2021) el constructivismo favorece la autonomía del estudiante y potencia procesos de aprendizaje dinámicos que responden a las demandas de la educación contemporánea.

Otra ventaja importante del constructivismo es su capacidad para promover la participación activa y el aprendizaje colaborativo, este enfoque incentiva la interacción entre estudiantes y el

trabajo en equipo lo que contribuye al desarrollo de habilidades sociales y comunicativas, asimismo permite integrar el uso de tecnologías educativas, generando entornos de aprendizaje más innovadores y motivadores, se acuerdo con Bejar & Quispe (2022), el constructivismo facilita la creación de ambientes educativos participativos donde el diálogo y la interacción son fundamentales para la construcción del conocimiento.

Sin embargo el constructivismo también presenta limitaciones que deben ser consideradas en su aplicación educativa, una de las principales dificultades radica en la alta exigencia que este enfoque implica para el docente, quien debe diseñar estrategias complejas y adaptadas a las necesidades individuales de los estudiantes, además la implementación del constructivismo puede resultar difícil en contextos con recursos limitados o con grupos numerosos, según los autores Amores & Ramos (2020) uno de los principales problemas del modelo constructivista es la falta de preparación docente y la dificultad para aplicarlo de manera efectiva en el aula.

Otra limitación relevante es que en algunos casos el enfoque constructivista puede generar dificultades en la evaluación del aprendizaje debido a su carácter flexible y centrado en procesos más que en resultados, de la misma forma si no se aplica adecuadamente puede provocar desorganización en el aprendizaje o falta de claridad en los contenidos, investigaciones recientes señalan que ciertas estrategias constructivistas aunque fomentan la motivación y la participación, no siempre garantizan mejoras en el rendimiento académico si no se implementan de forma estructurada, en este sentido el autor Li (2025) destaca que el constructivismo requiere un equilibrio entre autonomía del estudiante y orientación docente para lograr resultados efectivos.

Relación del constructivismo con el uso de tecnología educativa

La relación entre el constructivismo y la tecnología educativa se fundamenta en la posibilidad de utilizar herramientas digitales para potenciar la construcción activa del conocimiento, desde este enfoque la tecnología no se concibe únicamente como un recurso instrumental sino como un medio que facilita experiencias de aprendizaje significativas, interactivas y contextualizadas, en este sentido el constructivismo encuentra en la tecnología un aliado para promover procesos de aprendizaje centrados en el estudiante, los autores Rubio & Jiménez (2021) mencionan que el discurso del constructivismo en la educación contemporánea integra la tecnología como uno de sus pilares fundamentales en la formación del conocimiento.

De igual forma la tecnología educativa permite la creación de entornos de aprendizaje dinámicos en los que los estudiantes pueden interactuar, explorar y construir conocimiento de manera autónoma, plataformas digitales, simuladores y recursos multimedia facilitan la representación de conceptos abstractos, especialmente en áreas como las matemáticas, esto favorece el aprendizaje significativo ya que los estudiantes pueden experimentar y aplicar los contenidos en contextos virtuales, de acuerdo con Parra-Rocha et al. (2022) el uso de herramientas tecnológicas en el marco del constructivismo fortalece la mediación pedagógica y amplía las posibilidades de interacción entre docentes y estudiantes.

Otro aspecto importante es que la tecnología educativa favorece el aprendizaje colaborativo uno de los principios fundamentales del constructivismo, a través de entornos virtuales los estudiantes pueden compartir ideas, resolver problemas en conjunto y construir conocimiento de manera colectiva, esto refuerza la dimensión social del aprendizaje y permite el desarrollo de

habilidades comunicativas y cognitivas, en este contexto el constructivismo se adapta a las demandas de la sociedad digital promoviendo el uso de tecnologías que faciliten la interacción y el trabajo en red, el teórico Mattar (2018) menciona que las tecnologías educativas permiten implementar enfoques constructivistas mediante el aprendizaje activo, situado y colaborativo en entornos digitales.

La integración del constructivismo con la tecnología educativa implica también desafíos como la necesidad de formación docente y el acceso equitativo a los recursos tecnológicos, no basta con incorporar tecnología en el aula sino que es necesario fundamentar su uso en principios pedagógicos adecuados que orienten el proceso de enseñanza-aprendizaje, en este sentido el constructivismo proporciona el marco teórico que permite aprovechar el potencial educativo de la tecnología de manera efectiva, investigaciones recientes destacan que la combinación de constructivismo y tecnología favorece la innovación educativa siempre que exista una adecuada planificación pedagógica y condiciones de acceso (Parra-Rocha et al., 2022).

Conectivismo

Concepto y fundamentos del conectivismo

El conectivismo es una teoría del aprendizaje que surge en el contexto de la era digital proponiendo que el conocimiento se construye a través de la conexión entre nodos de información en una red, a diferencia de teorías tradicionales este enfoque considera que el aprendizaje no se limita al individuo sino que se distribuye entre personas, recursos digitales y sistemas tecnológicos, en este sentido el aprendizaje se entiende como un proceso dinámico basado en la interacción

constante con diversas fuentes de información, el autor Mulumeoderhwa (2024) menciona que el conectivismo plantea que el conocimiento y la comprensión se derivan de la creación y mantenimiento de conexiones dentro de una red de aprendizaje.

Uno de los fundamentos principales del conectivismo es la noción de que el aprendizaje ocurre en entornos complejos y cambiantes, donde la capacidad de establecer conexiones es más importante que la acumulación de información, este enfoque reconoce que el conocimiento está en constante evolución por lo que el estudiante debe desarrollar habilidades para acceder, filtrar y actualizar la información disponible, además el aprendizaje se concibe como un proceso continuo que trasciende los límites del aula, de acuerdo con Torres et al. (2022) el conectivismo se presenta como un nuevo paradigma educativo que responde a las demandas de la sociedad digital, caracterizada por la rapidez en la generación de información.

Otro fundamento esencial del conectivismo es el papel de la tecnología como mediadora del aprendizaje, las tecnologías de la información y comunicación permiten la creación de redes de conocimiento en las que los estudiantes interactúan, comparten información y construyen aprendizaje de manera colaborativa, en este contexto el aprendizaje ya no depende exclusivamente del docente sino también de la capacidad del estudiante para conectarse con diversas fuentes de información, el teórico Wilches-Vega (2021) menciona que el conectivismo promueve el aprendizaje en red mediante la navegación, interacción y construcción de entornos digitales que facilitan la adquisición del conocimiento.

El conectivismo se fundamenta en principios como la diversidad de opiniones, la actualización constante del conocimiento y la toma de decisiones como parte del proceso de

aprendizaje, este enfoque destaca que aprender implica reconocer patrones, establecer conexiones relevantes y adaptarse a nuevos contextos de información, además enfatiza la importancia de la autonomía del estudiante en la gestión de su propio aprendizaje, en este sentido investigaciones recientes señalan que el conectivismo permite comprender los procesos educativos actuales al integrar redes, tecnología y aprendizaje colaborativo como elementos esenciales del conocimiento en la era digital (Mulumeoderhwa, 2024).

Contexto de surgimiento del conectivismo

El conectivismo surge en un contexto marcado por profundos cambios tecnológicos y sociales derivados del avance de la era digital, la expansión de internet, las redes sociales y las tecnologías de la información transformaron la forma en que las personas acceden, procesan y comparten el conocimiento, en este escenario las teorías tradicionales del aprendizaje resultaron insuficientes para explicar los nuevos procesos educativos, por ello el conectivismo se plantea como una respuesta a la necesidad de comprender el aprendizaje en entornos digitales complejos y dinámicos, los autores Torres et al. (2022) mencionan que el conectivismo emerge como un nuevo paradigma que responde a las transformaciones generadas por la sociedad digital y el acceso masivo a la información.

Otro elemento clave en el surgimiento del conectivismo es la sobreabundancia de información característica del siglo XXI, conocida como infoxicación, en este contexto el aprendizaje ya no consiste en memorizar contenidos sino en desarrollar la capacidad de seleccionar, analizar y conectar información relevante, esta situación obligó a replantear los modelos educativos tradicionales, orientándolos hacia el desarrollo de habilidades para gestionar

el conocimiento, de acuerdo con López De La Cruz & Escobedo (2021) el conectivismo surge como una teoría que prioriza la capacidad de establecer conexiones en redes de información frente a la acumulación de contenidos.

El contexto de surgimiento del conectivismo también está influenciado por la evolución de teorías previas como el conductismo, el cognitivismo y el constructivismo, estas corrientes aportaron elementos importantes para la comprensión del aprendizaje pero no lograron explicar completamente los procesos educativos en entornos digitales interconectados, en este sentido el conectivismo se presenta como una evolución teórica que integra principios de estas corrientes y los adapta a la realidad tecnológica actual, según los autores Sanchez-Cabrero et al. (2019) el conectivismo se fundamenta en la convergencia de múltiples teorías del aprendizaje y disciplinas como la teoría de redes y los sistemas complejos.

El desarrollo de entornos virtuales de aprendizaje y plataformas digitales ha sido un factor determinante en el surgimiento del conectivismo, estos espacios permiten la interacción constante entre individuos, recursos y tecnologías, favoreciendo la construcción colectiva del conocimiento, además han transformado el rol del estudiante y del docente, promoviendo modelos educativos más flexibles y abiertos, en este sentido el conectivismo se consolida como una teoría que explica el aprendizaje en red y la importancia de la conectividad en la educación contemporánea, investigaciones recientes destacan que este enfoque se adapta a las necesidades de la educación actual al integrar tecnología, colaboración y aprendizaje continuo (Bernal-Garzón, 2020).

Aportes de George Siemens

Los aportes de George Siemens al campo educativo se centran en la formulación del conectivismo como una teoría del aprendizaje adaptada a la era digital, Siemens plantea que el conocimiento ya no reside únicamente en la mente del individuo, sino que se encuentra distribuido en redes de información compuestas por personas, recursos digitales y sistemas tecnológicos, este enfoque redefine el concepto tradicional de aprendizaje al considerarlo como un proceso de conexión entre nodos de información, el teórico Černý (2020) menciona el conectivismo propuesto por Siemens integra elementos de teorías previas y los articula con la teoría de redes para explicar el aprendizaje en entornos digitales.

Uno de los principales aportes de Siemens es la conceptualización del aprendizaje como un proceso continuo de creación y mantenimiento de redes de conocimiento, en este sentido el aprendizaje no se limita a la adquisición de información sino que implica la capacidad de establecer conexiones relevantes entre diversas fuentes, este planteamiento destaca la importancia de habilidades como la selección, filtrado y actualización de información en contextos cambiantes, de acuerdo con investigaciones recientes, Siemens enfatiza que el conocimiento es dinámico y que aprender implica adaptarse constantemente a nuevas condiciones informativas (Peña et al., 2025).

Otro aporte relevante de Siemens es la incorporación de la tecnología como elemento central en el proceso de aprendizaje, el autor sostiene que las tecnologías digitales permiten ampliar las posibilidades de acceso al conocimiento y facilitan la interacción entre individuos en entornos virtuales, además introduce el concepto de aprendizaje en red, donde los estudiantes participan activamente en comunidades digitales para construir conocimiento de manera

colaborativa, los autores Brandão Pedro & Algarvio Diogo (2020) mencionan que el conectivismo destaca el papel de las tecnologías de la información como soporte fundamental para la creación de redes de aprendizaje distribuidas.

Siemens también aporta una visión innovadora sobre el papel del estudiante y del docente en el proceso educativo, en su enfoque el estudiante se convierte en un gestor activo de su aprendizaje capaz de navegar y construir redes de conocimiento, mientras que el docente asume un rol de facilitador, además Siemens introduce principios como la diversidad de opiniones, la actualización constante del conocimiento y la toma de decisiones como parte del aprendizaje, en este sentido su propuesta ha influido significativamente en el desarrollo de modelos educativos digitales como los cursos masivos en línea.

Principios del aprendizaje conectivista

El aprendizaje conectivista se fundamenta en una serie de principios que explican cómo se construye el conocimiento en la era digital, uno de los más importantes es que el aprendizaje y el conocimiento dependen de la diversidad de opiniones lo que implica que no existe una única fuente válida de información sino múltiples perspectivas que enriquecen el proceso educativo, este principio resalta la importancia de la interacción con diferentes nodos de información dentro de una red, los teóricos López De La Cruz & Escobedo (2021), el conectivismo se basa en la interconexión de múltiples fuentes de conocimiento que permiten generar aprendizaje significativo en entornos digitales.

Otro principio fundamental es que el aprendizaje es un proceso de conexión entre nodos especializados de información, esto significa que el conocimiento no está centralizado en una sola persona sino distribuido en redes que incluyen individuos, sistemas digitales y bases de datos, en este sentido, aprender implica saber dónde encontrar la información y cómo conectarla de manera efectiva, de acuerdo con Mulumeoderhwa (2024) el conectivismo sostiene que el conocimiento se deriva de la capacidad de crear y mantener conexiones dentro de redes de aprendizaje dinámicas.

Asimismo, el conectivismo establece que la capacidad de saber más es más importante que lo que se sabe en un momento determinado, este principio refleja la necesidad de desarrollar habilidades para actualizar continuamente el conocimiento en un entorno caracterizado por cambios constantes, además se enfatiza que el aprendizaje es un proceso continuo que ocurre a lo largo de la vida y en diferentes contextos tanto formales como informales, investigaciones recientes destacan que el conectivismo promueve el aprendizaje permanente al facilitar el acceso y la actualización constante de la información en entornos digitales (Mulumeoderhwa, 2024)

Otro principio clave del aprendizaje conectivista es que la toma de decisiones es parte del proceso de aprendizaje, en un entorno donde la información cambia rápidamente, el estudiante debe ser capaz de evaluar la relevancia y veracidad de los datos disponibles para tomar decisiones informadas, además el conectivismo destaca la importancia de reconocer patrones y establecer conexiones significativas entre diferentes fuentes de información, en este sentido el aprendizaje se concibe como un proceso dinámico, adaptativo y centrado en la interacción con redes de conocimiento (Bernal-Garzón, 2020).

Aprendizaje en la era digital

El aprendizaje en la era digital se caracteriza por la transformación de los procesos educativos a partir del uso intensivo de tecnologías de la información y comunicación, este nuevo contexto ha modificado la forma en que los estudiantes acceden al conocimiento, pasando de modelos tradicionales centrados en la transmisión de contenidos a entornos interactivos y dinámicos, en este sentido el aprendizaje ya no se limita al aula física sino que se extiende a espacios virtuales donde la información es abundante y accesible, el teórico Mulumeoderhwa (2024) menciona que la era digital se define por la conectividad, las redes y el acceso constante a la información, elementos que configuran nuevas formas de aprendizaje basadas en la interacción y la construcción de conocimiento en red.

Otro aspecto fundamental del aprendizaje en la era digital es el cambio en el rol del estudiante quien pasa a ser un sujeto activo en la construcción de su conocimiento, en este contexto el estudiante debe desarrollar habilidades como la búsqueda, selección y análisis de información, así como la capacidad de aprender de manera autónoma, además el aprendizaje se convierte en un proceso continuo que ocurre en diferentes contextos tanto formales como informales, de acuerdo con Sanchez-Cabrero et al. (2019) el aprendizaje en entornos digitales implica una adaptación a nuevos paradigmas educativos donde la conectividad y el acceso a la información redefinen los procesos de enseñanza-aprendizaje.

La era digital ha favorecido la incorporación de herramientas tecnológicas que potencian el aprendizaje significativo como plataformas virtuales, recursos multimedia y sistemas de inteligencia artificial, estas herramientas permiten personalizar el aprendizaje y adaptarlo a las

necesidades individuales de los estudiantes, promoviendo una mayor motivación y compromiso, sin embargo su efectividad depende de la integración adecuada con estrategias pedagógicas, según un estudio reciente la tecnología educativa contribuye al aprendizaje significativo cuando se articula con enfoques pedagógicos que promuevan la comprensión profunda y la participación activa del estudiante (Paucar et al., 2025)

El aprendizaje en la era digital también presenta desafíos importantes como la brecha digital, la sobrecarga de información y la necesidad de desarrollar competencias digitales tanto en estudiantes como en docentes, estos retos evidencian que la incorporación de tecnología no garantiza por sí sola mejores resultados educativos sino que requiere una adecuada planificación pedagógica, en este sentido el conectivismo ofrece un marco teórico que permite comprender el aprendizaje como un proceso de conexión y adaptación constante en entornos digitales, investigaciones realizadas por el autor Mulumeoderhwa (2024) destacan que el aprendizaje en la era digital exige desarrollar habilidades críticas para gestionar información y participar activamente en redes de conocimiento.

Redes de conocimiento y aprendizaje en red

Las redes de conocimiento constituyen uno de los pilares fundamentales del conectivismo, ya que permiten comprender cómo el aprendizaje se distribuye entre múltiples fuentes interconectadas, estas redes están conformadas por individuos, recursos digitales, bases de datos y sistemas tecnológicos que interactúan de manera dinámica para generar conocimiento, en este contexto aprender implica establecer conexiones entre diferentes nodos de información, lo que favorece la construcción colectiva del conocimiento, los teóricos Sattari-Ardabili & De Hoyos-

Guevara (2026) mencionan que el aprendizaje en red potencia la colaboración, la autonomía y la participación en comunidades de práctica distribuidas.

El aprendizaje en red se caracteriza por desarrollarse en entornos digitales donde la interacción y la comunicación son elementos clave, a través de plataformas virtuales, redes sociales y espacios colaborativos los estudiantes pueden intercambiar información, compartir experiencias y construir conocimiento de manera conjunta, este tipo de aprendizaje supera las limitaciones del espacio y el tiempo, permitiendo una educación más flexible y accesible, de acuerdo con Mulumeoderhwa (2024) el conectivismo explica que el conocimiento emerge de la creación y mantenimiento de conexiones dentro de redes dinámicas de información.

Otro aspecto relevante de las redes de conocimiento es su capacidad para fomentar el aprendizaje colaborativo y el desarrollo de competencias digitales, en estos entornos los estudiantes no solo consumen información sino que también la producen y la comparten, convirtiéndose en participantes activos del proceso educativo, además las redes permiten el acceso a diversas perspectivas lo que enriquece la comprensión y promueve el pensamiento crítico, los autores Laura De La Cruz et al. (2023) mencionan que las redes virtuales de aprendizaje fortalecen la interacción entre estudiantes y facilitan la construcción colectiva del conocimiento en entornos educativos digitales.

Las redes de conocimiento y el aprendizaje en red también implican desafíos importantes, como la necesidad de desarrollar habilidades para gestionar información, evaluar su calidad y participar de manera responsable en entornos digitales, asimismo, es necesario garantizar el acceso equitativo a la tecnología para evitar la exclusión digital, en este sentido el conectivismo

proporciona un marco teórico que permite comprender el aprendizaje como un proceso dinámico basado en la interacción, la conectividad y la adaptación constante a nuevos entornos informativos, investigaciones recientes destacan que el aprendizaje en red contribuye a la innovación educativa al integrar tecnología, colaboración y aprendizaje continuo en la formación de los estudiantes (Sattari-Ardabili & De Hoyos-Guevara, 2026).

El papel de la tecnología en el aprendizaje

La tecnología desempeña un papel fundamental en los procesos de aprendizaje contemporáneos especialmente en el contexto de la era digital, su integración ha permitido transformar la educación tradicional, facilitando el acceso a múltiples fuentes de información y promoviendo entornos de aprendizaje más dinámicos e interactivos, en este sentido la tecnología no solo actúa como herramienta de apoyo sino como un elemento central en la construcción del conocimiento, los teóricos Dziubaniuk et al. (2023) afirman que la incorporación de tecnologías digitales ha redefinido los procesos de enseñanza-aprendizaje al permitir la interacción constante con diversas fuentes de información en entornos virtuales.

Otro aspecto relevante es que la tecnología facilita el aprendizaje autónomo permitiendo que los estudiantes accedan a contenidos educativos en cualquier momento y lugar, esto fomenta la autorregulación y el desarrollo de habilidades para gestionar el propio aprendizaje, además el uso de plataformas digitales, recursos multimedia y herramientas interactivas contribuye a personalizar la experiencia educativa según las necesidades de cada estudiante, de acuerdo con Voskoglou (2022) en los entornos digitales el aprendizaje se apoya en sistemas tecnológicos que permiten acceder y manipular información fuera de la mente humana.

La tecnología promueve el aprendizaje colaborativo mediante la creación de redes de conocimiento donde los estudiantes pueden interactuar, compartir ideas y construir conocimiento de manera colectiva, este tipo de aprendizaje en red es coherente con los principios del conectivismo que destacan la importancia de la conectividad y la interacción en el proceso educativo, los teóricos Mampota et al. (2023) mencionan que la tecnología permite la creación de entornos de aprendizaje interconectados donde el conocimiento se distribuye entre múltiples fuentes y actores.

El uso de la tecnología en el aprendizaje también implica desafíos como la necesidad de desarrollar competencias digitales y la capacidad de evaluar la calidad de la información disponible, además es fundamental integrar la tecnología con enfoques pedagógicos adecuados para garantizar su efectividad en el proceso educativo, en este sentido el conectivismo destaca que la tecnología es un medio para facilitar la creación de conexiones y el aprendizaje en red, permitiendo a los estudiantes adaptarse a entornos cambiantes. Investigaciones realizadas por los autores Mukhlis Hamid et al. (2024) señalan que la tecnología educativa contribuye al desarrollo de competencias digitales, cognitivas y sociales necesarias en la educación del siglo XXI.

Entornos virtuales de aprendizaje

Los entornos virtuales de aprendizaje se definen como espacios digitales diseñados para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje mediante el uso de tecnologías de la información y comunicación, estos entornos integran herramientas que permiten la interacción, la gestión de contenidos, la evaluación y la comunicación entre docentes y estudiantes, su desarrollo ha sido impulsado por la necesidad de ampliar las posibilidades educativas más allá del aula tradicional,

según los autores Ibaceta & Villanueva (2021) los entornos virtuales de aprendizaje influyen significativamente en las prácticas pedagógicas al transformar la forma en que se desarrollan los procesos educativos en contextos digitales.

Un aspecto fundamental de los entornos virtuales de aprendizaje es su capacidad para promover la interacción y la comunicación en diferentes modalidades, tanto sincrónicas como asincrónicas, esto permite que los estudiantes participen activamente en su proceso formativo, independientemente del tiempo y el espacio, además estos entornos favorecen la flexibilidad educativa, facilitando el acceso a los contenidos y recursos desde cualquier lugar, de acuerdo con Clavijo-Gallo et al. (2021) los entornos virtuales generan nuevas formas de interacción educativa y requieren el desarrollo de autonomía por parte de los estudiantes.

Los entornos virtuales de aprendizaje contribuyen al desarrollo de competencias digitales y al fortalecimiento del aprendizaje significativo, a través del uso de recursos multimedia, plataformas educativas y herramientas colaborativas los estudiantes pueden construir conocimiento de manera activa y contextualizada, estos entornos permiten representar información de forma más dinámica lo que facilita la comprensión de contenidos complejos, los teóricos Guzmán et al. (2022) la didáctica en entornos virtuales exige estrategias innovadoras que promuevan la motivación y la participación del estudiante en el proceso educativo.

Los entornos virtuales de aprendizaje también presentan desafíos importantes como la necesidad de formación docente, el acceso a recursos tecnológicos y la adecuada planificación pedagógica, aunque ofrecen múltiples beneficios su efectividad depende de cómo se integren en el proceso educativo, en este sentido investigaciones recientes destacan que los entornos virtuales

requieren un diseño pedagógico estructurado que garantice la interacción, la evaluación y el logro de los objetivos de aprendizaje, los teóricos Fuentes et al. (2021) mencionan que la evaluación en entornos virtuales es un componente clave que permite verificar el aprendizaje mediante procesos sincrónicos y asincrónicos.

Competencias digitales en estudiantes

Las competencias digitales en estudiantes representan un conjunto de habilidades, conocimientos y actitudes necesarias para el uso efectivo, crítico y responsable de las tecnologías de la información y comunicación, estas competencias incluyen la alfabetización digital, la gestión de la información, la comunicación en entornos virtuales y la creación de contenido digital, su desarrollo resulta esencial en la educación contemporánea debido a la creciente digitalización de los procesos educativos, la formación en competencias digitales permite a los estudiantes participar activamente en la sociedad del conocimiento y adaptarse a los cambios tecnológicos constantes (Pegalajar & Rodríguez, 2023).

El dominio de competencias digitales favorece el aprendizaje autónomo y el desarrollo del pensamiento crítico ya que los estudiantes adquieren la capacidad de buscar, evaluar y seleccionar información de manera eficiente, este proceso implica no solo el acceso a datos sino también la comprensión de su relevancia y fiabilidad en distintos contextos académicos, además estas competencias facilitan la resolución de problemas mediante el uso de herramientas tecnológicas, las competencias digitales abarcan habilidades relacionadas con el manejo de información, la comunicación y la interacción en entornos virtuales (Jimenez & Leon, 2024).

El desarrollo de competencias digitales también impulsa el aprendizaje colaborativo permitiendo a los estudiantes interactuar en redes de conocimiento y construir aprendizajes de forma colectiva, en entornos virtuales los estudiantes pueden compartir ideas, debatir y participar en actividades que fomentan la construcción social del conocimiento, este tipo de interacción fortalece habilidades comunicativas y promueve la participación activa en el proceso educativo, las investigaciones de Fernández & Llorente-Cejudo (2024) evidencian que las competencias digitales están estrechamente relacionadas con la capacidad de integrarse en comunidades de aprendizaje en línea y participar de manera efectiva en ellas.

El fortalecimiento de las competencias digitales en estudiantes también enfrenta desafíos como la brecha digital, la desigualdad en el acceso a recursos tecnológicos y la necesidad de formación adecuada, estas dificultades pueden limitar el desarrollo pleno de dichas competencias si no se abordan mediante políticas educativas inclusivas, la integración de estrategias pedagógicas que promuevan el uso crítico y reflexivo de la tecnología resulta fundamental para superar estos obstáculos, la autora Medina (2024) menciona que el desarrollo de competencias digitales en estudiantes universitarios requiere una formación estructurada que articule tecnología, pedagogía e innovación educativa.

Rol del docente en el conectivismo

El rol del docente en el conectivismo experimenta una transformación significativa en comparación con los enfoques tradicionales de enseñanza, en este paradigma el docente deja de ser el principal transmisor de conocimientos para asumir una función de mediador del aprendizaje, orientando a los estudiantes en la construcción de redes de conocimiento, esta nueva función

implica facilitar el acceso a diversas fuentes de información y promover la conexión entre contenidos, herramientas digitales y experiencias de aprendizaje, la literatura académica evidencia que el docente actúa como guía que impulsa la interacción en entornos digitales y fomenta la autonomía del estudiante (Vásquez et al., 2021).

El docente conectivista desempeña un papel clave en la organización de entornos de aprendizaje que favorezcan la participación activa y el aprendizaje colaborativo, su labor consiste en diseñar experiencias educativas que integren tecnologías digitales y promuevan la construcción colectiva del conocimiento, este enfoque exige habilidades pedagógicas y digitales que permitan gestionar plataformas virtuales, recursos multimedia y espacios de interacción en línea, la evidencia científica indica que el docente debe facilitar la creación de redes de aprendizaje donde los estudiantes interactúen y compartan conocimientos de manera continua (Tarazona, 2020).

La mediación pedagógica en el conectivismo también implica orientar a los estudiantes en el desarrollo de habilidades para gestionar información, evaluar su calidad y tomar decisiones informadas, en este contexto el docente se convierte en un facilitador del pensamiento crítico y del aprendizaje autónomo, su intervención no se centra en la transmisión de contenidos sino en el acompañamiento del proceso de aprendizaje, promoviendo la reflexión y la construcción de significado, la investigación de los autores Guevara et al. (2021) demuestra que el docente debe guiar a los estudiantes en la navegación de entornos digitales y en la construcción de conexiones significativas entre diferentes fuentes de información.

El rol del docente en el conectivismo también enfrenta desafíos importantes relacionados con la adaptación a entornos digitales y la actualización constante de sus competencias

profesionales, la integración efectiva de la tecnología en la enseñanza requiere una formación continua que permita responder a las demandas de la educación contemporánea, la evidencia académica señala que el docente debe desarrollar competencias digitales, pedagógicas y comunicativas para desempeñarse adecuadamente en contextos virtuales, en este sentido Bernal-Garzón (2020) menciona que el conectivismo plantea un cambio profundo en la práctica docente, orientado hacia la facilitación del aprendizaje en red y la construcción colaborativa del conocimiento.

Rol del estudiante como nodo activo

En el enfoque conectivista el estudiante es concebido como un nodo activo dentro de una red de conocimiento, lo que implica una participación constante en la construcción, intercambio y actualización de información, este rol supera la visión tradicional del estudiante como receptor pasivo, posicionándolo como protagonista del proceso de aprendizaje, la interacción con múltiples fuentes digitales, plataformas educativas y comunidades virtuales permite que el estudiante establezca conexiones significativas que favorecen la comprensión del conocimiento, el aprendizaje se desarrolla mediante la participación activa en redes donde el conocimiento se construye de forma distribuida (Silva-Quiroz & Morales-Morgado, 2022).

El estudiante como nodo activo desarrolla habilidades fundamentales relacionadas con la gestión de información, la toma de decisiones y el pensamiento crítico, este enfoque exige la capacidad de seleccionar, evaluar y organizar información proveniente de diversas fuentes digitales lo que fortalece su autonomía en el aprendizaje, la participación activa en entornos digitales favorece la autorregulación y la responsabilidad en el proceso educativo, las

competencias digitales permiten que el estudiante interactúe de manera eficiente en entornos virtuales y construya su propio conocimiento (Jimenez & Leon, 2024).

La interacción en redes de aprendizaje impulsa la colaboración y el intercambio de ideas entre estudiantes lo que enriquece el proceso educativo, en estos entornos cada estudiante aporta conocimientos, experiencias y perspectivas que contribuyen a la construcción colectiva del aprendizaje, este tipo de participación fortalece habilidades comunicativas y sociales, esenciales en la educación contemporánea, los autores León et al. (2022) mencionan que la evidencia académica demuestra que la competencia digital favorece la comunicación, la creación de contenidos y la interacción en espacios virtuales de aprendizaje.

El rol del estudiante como nodo activo también implica enfrentar desafíos relacionados con la sobrecarga de información y la necesidad de desarrollar habilidades para evaluar la calidad de los contenidos digitales, la participación en redes de conocimiento requiere una actitud crítica y reflexiva que permita distinguir información confiable de aquella que no lo es, este proceso fortalece la capacidad de aprendizaje permanente y la adaptación a entornos cambiantes, los autores Tomanguilla et al. (2024) mencionan que el desarrollo de competencias digitales resulta esencial para que el estudiante participe de manera efectiva en redes de aprendizaje y responda a las exigencias del contexto educativo actual.

Integración del conectivismo en la educación matemática

La integración del conectivismo en la educación matemática implica una transformación en la manera en que se concibe el aprendizaje de esta disciplina pasando de enfoques tradicionales

centrados en la memorización a modelos basados en la construcción de conocimiento en red, en este contexto el aprendizaje matemático se desarrolla mediante la interacción con diversas fuentes digitales, herramientas tecnológicas y comunidades virtuales, esta perspectiva permite que los estudiantes construyan significados a partir de la conexión entre conceptos, experiencias y recursos disponibles en entornos digitales, el aprendizaje en matemáticas se fortalece cuando se articula con redes de información que favorecen la comprensión y la resolución de problemas (Polo, 2020).

La incorporación del conectivismo en la enseñanza de las matemáticas favorece el desarrollo de competencias como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la capacidad de establecer relaciones entre conceptos matemáticos, este enfoque promueve el uso de tecnologías digitales como plataformas virtuales, software educativo y herramientas interactivas que facilitan la visualización y el análisis de contenidos matemáticos, la integración de herramientas digitales en el aprendizaje matemático permite generar experiencias más dinámicas y significativas, adaptadas a las necesidades de los estudiantes (Caiza-Reinoso, 2025).

La aplicación del conectivismo en la educación matemática también fomenta el aprendizaje colaborativo donde los estudiantes participan activamente en redes de conocimiento compartiendo ideas, estrategias y soluciones a problemas matemáticos, este tipo de interacción fortalece la comprensión conceptual y permite abordar los contenidos desde múltiples perspectivas, la construcción colectiva del conocimiento contribuye a mejorar el rendimiento académico y a desarrollar habilidades sociales y comunicativas necesarias en el contexto educativo actual, los teóricos Sattari-Ardabili & Hoyos-Guevara (2026) afirman que el conectivismo potencia la colaboración y la interacción en entornos digitales como base del aprendizaje en red.

La implementación del conectivismo en la educación matemática también presenta desafíos relacionados con la formación docente, el acceso a recursos tecnológicos y la adaptación de metodologías tradicionales, la integración efectiva de este enfoque requiere un cambio en la práctica pedagógica orientado hacia el uso de estrategias innovadoras que promuevan la participación activa del estudiante, los autores Miltón et al. (2021) mencionan que la evidencia científica destaca que la incorporación del conectivismo en el aprendizaje matemático debe ir acompañada de una adecuada planificación didáctica y del desarrollo de competencias digitales en docentes y estudiantes.

Relación entre conectivismo y software educativo

La relación entre el conectivismo y el software educativo se fundamenta en la idea de que el aprendizaje ocurre mediante la interacción con redes de información mediadas por tecnologías digitales, en este contexto el software educativo actúa como un nodo dentro de la red de aprendizaje, facilitando la conexión entre el estudiante y diversas fuentes de conocimiento, Prado (2021) sostiene que el conectivismo responde a las demandas de la sociedad del conocimiento donde las tecnologías digitales permiten la interconexión global y la construcción colectiva del aprendizaje, esta perspectiva resalta el papel del software educativo como herramienta clave para acceder, organizar y compartir información en entornos digitales.

El software educativo desde un enfoque conectivista no se limita a presentar contenidos sino que promueve la interacción, la exploración y la construcción activa del conocimiento, este tipo de herramientas permite a los estudiantes participar en procesos de aprendizaje dinámicos donde pueden establecer conexiones entre conceptos y experiencias, la integración de plataformas

digitales y aplicaciones interactivas fortalece el aprendizaje significativo al facilitar la visualización y manipulación de información, el conocimiento se genera mediante la capacidad del estudiante para navegar en entornos digitales y construir redes de aprendizaje (Sánchez, 2019).

Desde otra perspectiva el diseño del software educativo debe alinearse con los principios del conectivismo para garantizar su efectividad en el proceso de aprendizaje, esto implica desarrollar herramientas que fomenten la autonomía la interacción y la colaboración entre estudiantes, los sistemas educativos digitales deben considerar al estudiante como un agente activo que participa en la construcción del conocimiento en lugar de un simple receptor de información, en este sentido el software educativo se convierte en un entorno que facilita la creación de conexiones significativas entre los contenidos y las experiencias del usuario (Vallejo et al., 2025).

La integración del conectivismo con el software educativo también contribuye al desarrollo de competencias digitales y cognitivas necesarias en la educación contemporánea, el uso de herramientas tecnológicas permite que los estudiantes accedan a múltiples fuentes de información, interactúen en entornos virtuales y construyan conocimiento de manera colaborativa, este enfoque favorece el aprendizaje autónomo y la adaptación a contextos cambiantes, características esenciales en la sociedad actual, los teóricos Sanchez-Cabrero et al. (2019) afirman que la evidencia científica indica que el software educativo cuando se articula con enfoques pedagógicos como el conectivismo potencia la construcción de conocimiento en red y el aprendizaje continuo.

Ventajas y limitaciones del conectivismo

El conectivismo presenta diversas ventajas en el ámbito educativo especialmente en contextos caracterizados por la digitalización del conocimiento, este enfoque permite comprender el aprendizaje como un proceso dinámico basado en la conexión de múltiples fuentes de información lo que favorece la construcción colectiva del conocimiento, los autores López De La Cruz & Escobedo (2021) destacan que el conectivismo se fundamenta en la interconexión de nodos dentro de redes de aprendizaje lo cual amplía las posibilidades de acceso a información diversa y actualizada, esta característica fortalece el aprendizaje significativo y promueve la adaptación a entornos cambiantes.

Otra ventaja importante radica en la promoción del aprendizaje autónomo y colaborativo, el conectivismo fomenta que los estudiantes participen activamente en redes de conocimiento donde pueden intercambiar ideas, experiencias y recursos digitales, los teóricos Gómez et al. (2020) evidencian que este enfoque amplía el aprendizaje más allá del aula permitiendo la interacción continua mediante foros, plataformas virtuales y comunidades en línea, estas dinámicas fortalecen competencias digitales y habilidades sociales necesarias en la educación contemporánea.

No obstante el conectivismo también presenta limitaciones que deben ser consideradas en su aplicación educativa, una de las principales dificultades es la brecha digital, que limita el acceso equitativo a las tecnologías necesarias para participar en redes de aprendizaje, Guerrero (2022) identifica que factores como la falta de recursos tecnológicos, la insuficiente capacitación docente y el tradicionalismo educativo dificultan la implementación efectiva del conectivismo en

determinados contextos, estas limitaciones evidencian que la adopción de este enfoque depende de condiciones estructurales y sociales.

Otra limitación relevante se relaciona con la dependencia de la tecnología y la sobrecarga de información, en entornos conectivistas los estudiantes deben enfrentarse a grandes volúmenes de información lo que puede generar dificultades para seleccionar contenidos relevantes y confiables, la autora Peña (2022) señala que el aprendizaje en red requiere habilidades avanzadas para gestionar información, además de depender de factores como la conectividad y la disponibilidad de recursos tecnológicos, estas condiciones pueden afectar la calidad del aprendizaje si no se desarrollan estrategias adecuadas para su gestión.

GeoGebra

Definición y características de GeoGebra

GeoGebra es un software educativo de matemáticas dinámicas que integra en un mismo entorno herramientas de geometría, álgebra, cálculo, estadística y hojas de cálculo interactivas, su diseño permite representar simultáneamente expresiones simbólicas, gráficas y numéricas lo que facilita la comprensión de conceptos abstractos mediante la visualización y la manipulación directa de objetos matemáticos, los autores Yohannes & Chen (2021) evidencian en una revisión sistemática que GeoGebra constituye una de las herramientas tecnológicas más utilizadas en la educación matemática por su capacidad para mejorar el rendimiento, el razonamiento y la percepción de los estudiantes.

Una de las principales características de GeoGebra es su naturaleza dinámica e interactiva, los estudiantes pueden modificar puntos, funciones, ecuaciones y figuras geométricas en tiempo real, observando de manera inmediata los cambios producidos en las distintas representaciones matemáticas, esta interacción favorece la exploración, la formulación de conjeturas y la validación de resultados, Alvarez-Matute et al. (2020) sostienen que GeoGebra fortalece el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática al promover experiencias didácticas más visuales, participativas y significativas.

Otra característica relevante de GeoGebra es su accesibilidad y versatilidad, el software es gratuito para fines educativos y puede utilizarse en computadoras, tabletas y teléfonos móviles, además de contar con una versión en línea, su interfaz intuitiva permite que docentes y estudiantes lo empleen en diversos niveles educativos desde la educación básica hasta la educación superior, los autores Uwurukundo et al. (2020) concluyen que esta flexibilidad tecnológica ha contribuido a su amplia adopción y a su efectividad en áreas como álgebra, geometría, trigonometría y cálculo.

GeoGebra también se caracteriza por favorecer metodologías activas centradas en el estudiante ya que promueve la experimentación, el descubrimiento y la resolución de problemas, la posibilidad de vincular representaciones algebraicas y gráficas ayuda a establecer conexiones conceptuales profundas y a desarrollar habilidades de análisis matemático, los teóricos Fonseca & Henriques (2023a) destacan que el uso de GeoGebra estimula el razonamiento y la comprensión de conceptos complejos mediante la exploración visual y la interacción constante con los objetos matemáticos.

Historia y evolución del software GeoGebra

GeoGebra fue desarrollado en 2001 por Markus Hohenwarter como parte de su trabajo de tesis doctoral en la Universidad de Salzburgo, su propósito inicial consistió en integrar geometría y álgebra en un entorno dinámico e interactivo que facilitara la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, desde sus primeras versiones el software destacó por su carácter gratuito y por su orientación educativa, los teóricos Yohannes & Chen (2021) señalan que GeoGebra evolucionó rápidamente hasta convertirse en una de las herramientas tecnológicas más influyentes en la educación matemática a nivel internacional.

Durante sus primeras etapas GeoGebra se enfocó principalmente en la enseñanza de la geometría dinámica y el álgebra elemental, con el paso del tiempo incorporó nuevas funcionalidades relacionadas con cálculo, estadística, probabilidad y modelación matemática, ampliando significativamente su alcance didáctico, Alvarez-Matute et al. (2020) destacan que esta expansión funcional permitió que el software fuera adoptado en distintos niveles educativos y en múltiples áreas del conocimiento matemático, la evolución del programa respondió a la necesidad de ofrecer herramientas cada vez más completas para el aprendizaje visual e interactivo de las matemáticas.

Un hito importante en la evolución de GeoGebra fue la creación de su comunidad internacional de usuarios y desarrolladores la cual impulsó el intercambio de recursos didácticos y experiencias pedagógicas, esta red colaborativa favoreció la traducción del software a numerosos idiomas y su difusión en instituciones educativas de todo el mundo, los autores Rubio-Pizzorno & Espinosa (2021) evidencian que GeoGebra dejó de ser únicamente un programa informático para

convertirse en un ecosistema de herramientas como Classroom, Activities y Books, orientadas al diseño de entornos virtuales de aprendizaje.

En la actualidad GeoGebra continúa evolucionando mediante actualizaciones constantes y la incorporación de tecnologías en la nube, dispositivos móviles e inteligencia computacional, su desarrollo ha consolidado una plataforma educativa versátil que favorece la visualización, la experimentación y la resolución de problemas matemáticos complejos, los teóricos Cenas Chacón et al. (2021) afirman que la trayectoria de GeoGebra evidencia una transición desde un software de geometría dinámica hacia una herramienta integral para el aprendizaje significativo de las matemáticas.

Funcionalidades principales de GeoGebra

GeoGebra integra en un solo entorno herramientas de álgebra, geometría, cálculo, estadística y hojas de cálculo interactivas, esta convergencia permite representar simultáneamente expresiones simbólicas, tablas y gráficos dinámicos, los teóricos Yohannes & Chen (2021) evidencian que esta integración facilita la comprensión de conceptos matemáticos al relacionar múltiples formas de representación.

Una de sus funcionalidades más destacadas es la manipulación dinámica de objetos matemáticos, los estudiantes pueden mover puntos, modificar parámetros y observar en tiempo real los cambios en funciones y figuras geométricas, Alvarez-Matute et al. (2020) sostienen que esta interactividad favorece la exploración, la formulación de conjeturas y la validación de resultados matemáticos.

GeoGebra también incorpora herramientas para graficar funciones, resolver ecuaciones y analizar sistemas algebraicos, estas opciones permiten estudiar relaciones entre variables y visualizar soluciones de manera precisa, el autor Uwurukundo et al. (2020) destacan que estas funcionalidades fortalecen el razonamiento matemático y la resolución de problemas en distintos niveles educativos.

Otra funcionalidad relevante es su ecosistema digital que incluye GeoGebra Classroom, Activities y Books para crear actividades interactivas y monitorear el aprendizaje, estas aplicaciones facilitan el trabajo colaborativo y la retroalimentación inmediata los autores Fonseca & Henriques (2023) afirman que estas herramientas amplían el potencial pedagógico de GeoGebra en entornos presenciales y virtuales.

Herramientas algebraicas y gráficas

GeoGebra dispone de herramientas algebraicas que permiten ingresar expresiones, ecuaciones y sistemas de ecuaciones de forma simbólica, estas funciones facilitan la resolución de operaciones y el análisis de relaciones entre variables, los teóricos Yohannes & Chen (2021) evidencian que la integración del álgebra con representaciones dinámicas fortalece la comprensión conceptual y mejora el aprendizaje matemático.

La vista algebraica de GeoGebra muestra de manera organizada los objetos matemáticos y sus propiedades numéricas o simbólicas, los estudiantes pueden observar coeficientes, coordenadas y ecuaciones mientras manipulan los elementos en la pantalla, esta conexión

inmediata entre símbolos y resultados favorece el razonamiento y la interpretación de procedimientos algebraicos (Hamzah & Hidayat, 2022).

Las herramientas gráficas permiten representar funciones, rectas, parábolas y otras curvas en el plano cartesiano, al modificar parámetros o ecuaciones la gráfica cambia en tiempo real y muestra el comportamiento de las funciones, los autores Oliveira & Lima (2022) destacan que esta visualización dinámica facilita la exploración y el análisis de conceptos matemáticos abstractos.

La articulación entre las herramientas algebraicas y gráficas constituye una de las fortalezas más importantes de GeoGebra esta característica permite comprobar soluciones, interpretar intersecciones y analizar sistemas de ecuaciones lineales con mayor claridad, la coordinación entre ambas representaciones promueve un aprendizaje más significativo y potencia la resolución de problemas matemáticos complejos (Yohannes & Chen, 2021).

Uso de GeoGebra en la enseñanza de matemáticas

GeoGebra se ha consolidado como una de las herramientas tecnológicas más utilizadas en la enseñanza de las matemáticas por su capacidad para integrar representaciones algebraicas, gráficas y numéricas en un entorno interactivo, su aplicación permite que los estudiantes exploren conceptos abstractos de manera visual y dinámica, varios autores mencionan que el uso de GeoGebra mejora el rendimiento académico y fortalece habilidades de razonamiento matemático en diversos niveles educativos (Yohannes & Chen, 2021).

En el aula de matemáticas GeoGebra facilita la enseñanza de temas como funciones, geometría, cálculo y sistemas de ecuaciones lineales, los estudiantes pueden manipular objetos

matemáticos y observar en tiempo real los efectos de los cambios realizados, los autores Alvarez-Matute et al. (2020) sostienen que esta interacción incrementa la motivación y favorece un aprendizaje más significativo al vincular la teoría con la experimentación práctica.

El uso de GeoGebra también fortalece metodologías activas como el aprendizaje basado en problemas y el trabajo colaborativo, estas estrategias permiten que los estudiantes formulen conjeturas, contrasten resultados y construyan explicaciones matemáticas con mayor profundidad, Birgin & Acar (2022) demostraron que el aprendizaje colaborativo apoyado con GeoGebra mejora significativamente el desempeño en contenidos algebraicos y funcionales.

En la educación matemática contemporánea GeoGebra constituye un recurso pedagógico que favorece la comprensión conceptual, el pensamiento analítico y la resolución de problemas complejos, su versatilidad permite adaptarlo tanto a clases presenciales como virtuales, ampliando las oportunidades de aprendizaje. Varios autores destacan que la integración sistemática de GeoGebra aporta mejoras en la representación, generalización y razonamiento lógico de los estudiantes. (Uwurukundo et al., 2020).

GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones lineales

GeoGebra constituye una herramienta didáctica eficaz para el aprendizaje de ecuaciones lineales ya que permite representar simultáneamente las expresiones algebraicas y sus correspondientes gráficas en el plano cartesiano, esta integración facilita que los estudiantes comprendan la relación entre coeficientes, pendientes e intersecciones, varios autores evidencian

que el uso de GeoGebra mejora la comprensión conceptual al conectar distintas representaciones matemáticas.(Yohannes & Chen, 2021).

En el estudio de ecuaciones lineales GeoGebra permite modificar valores de manera dinámica y observar inmediatamente los cambios en la recta representada, esta interacción favorece la exploración de conceptos como la pendiente, la ordenada al origen y la solución de ecuaciones, el teórico Guamán (2023) reporta que el software fortaleció el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas al facilitar la visualización y la interpretación gráfica de las soluciones.

GeoGebra también contribuye al desarrollo del razonamiento analítico y de la resolución de problemas debido a que los estudiantes pueden comprobar con precisión los resultados obtenidos mediante métodos algebraicos tradicionales ,la comparación entre procedimientos simbólicos y representaciones gráficas fortalece la comprensión de los conceptos y reduce errores de interpretación, los autores Bedadaa y Machaba (2022) demostraron que la incorporación de GeoGebra mejora significativamente el aprendizaje matemático y promueve una participación más activa del estudiante.

En la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales GeoGebra permite identificar visualmente el punto de intersección entre rectas, facilitando la comprensión de soluciones únicas, infinitas o inexistentes, esta representación gráfica fortalece el pensamiento lógico y la capacidad de análisis, Sarmiento-Segovia & Moscoso-Bernal (2023) afirman que la implementación de GeoGebra como recurso didáctico incrementa la motivación y mejora el desempeño académico en matemáticas.

Visualización matemática mediante GeoGebra

La visualización matemática constituye una estrategia fundamental para comprender conceptos abstractos mediante representaciones gráficas e interactivas, GeoGebra potencia este proceso al integrar en una sola interfaz expresiones algebraicas, tablas y gráficos dinámicos, varios autores evidencian que esta capacidad de representación múltiple mejora significativamente la comprensión conceptual y el rendimiento en matemáticas (Yohannes & Chen, 2021).

GeoGebra permite que los estudiantes manipulen objetos matemáticos y observen en tiempo real los cambios que se producen en las representaciones gráficas, esta interacción favorece la identificación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas, los autores Bedada & Machaba (2024) afirman que el uso del software fortalece el razonamiento visual y promueve una participación más activa durante el aprendizaje.

En temas como funciones, ecuaciones y sistemas lineales, la visualización mediante GeoGebra facilita la interpretación de resultados y la verificación de procedimientos algebraicos, los estudiantes pueden observar el comportamiento de rectas y reconocer de manera precisa sus puntos de intersección, el autor Guamán (2023) reporta que esta representación gráfica contribuye a una mejor comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales.

La visualización matemática con GeoGebra transforma el aprendizaje en una experiencia exploratoria que favorece la construcción de significados y el análisis de problemas complejos, esta característica resulta especialmente útil en la enseñanza de matemáticas en educación

secundaria, los autores Sarmiento-Segovia & Moscoso-Bernal (2023) sostienen que la integración de GeoGebra incrementa la motivación y fortalece el desempeño académico de los estudiantes.

Interactividad y aprendizaje dinámico

La interactividad constituye una de las características pedagógicas más relevantes de GeoGebra ya que permite que los estudiantes manipulen objetos matemáticos y observen los cambios de manera inmediata, esta respuesta en tiempo real transforma el aprendizaje en un proceso activo de exploración y descubrimiento, los autores Yohannes & Chen (2021) evidencian que la interacción constante con representaciones dinámicas mejora la comprensión conceptual y fortalece el rendimiento académico en matemáticas.

El aprendizaje dinámico se produce cuando el estudiante modifica parámetros, arrastra puntos o altera ecuaciones y analiza los efectos generados en las gráficas, esta experiencia favorece la formulación de hipótesis y la verificación de resultados matemáticos, Bedada & Machaba (2024) afirman que GeoGebra promueve un entorno participativo que estimula el razonamiento lógico y la construcción autónoma del conocimiento.

En el estudio de funciones, ecuaciones y sistemas lineales, la interactividad permite visualizar relaciones entre variables y comprender con mayor claridad los procedimientos algebraicos, los estudiantes pueden comprobar soluciones y corregir errores mediante la observación directa, los autores Birgin & Acar (2022) demostraron que las actividades dinámicas apoyadas con GeoGebra incrementan significativamente el desempeño matemático y la motivación estudiantil.

La combinación de interactividad y aprendizaje dinámico convierte a GeoGebra en un recurso eficaz para desarrollar pensamiento analítico y resolución de problemas complejos, la participación activa del estudiante fortalece la comprensión de conceptos abstractos y favorece aprendizajes duraderos, los autores Sarmiento-Segovia & Moscoso-Bernal (2023) sostienen que el uso sistemático de GeoGebra mejora la motivación y el logro académico en matemáticas.

Ventajas pedagógicas del uso de GeoGebra

GeoGebra ofrece ventajas pedagógicas significativas al integrar en un mismo entorno representaciones algebraicas, gráficas y numéricas, esta característica permite que los estudiantes relacionen distintos registros de representación y comprendan con mayor claridad los conceptos matemáticos, los autores Yohannes & Chen (2021) evidencian que el uso de GeoGebra mejora el rendimiento académico y fortalece la comprensión conceptual en matemáticas.

Otra ventaja pedagógica radica en el incremento de la motivación y la participación activa del estudiante, la posibilidad de manipular objetos matemáticos y observar cambios inmediatos convierte el aprendizaje en una experiencia más atractiva y significativa, Bedada & Machaba (2024) afirman que GeoGebra promueve mayor involucramiento estudiantil y favorece el desarrollo del razonamiento lógico.

GeoGebra también facilita la resolución de problemas al permitir comprobar resultados mediante representaciones visuales y procedimientos dinámicos, los estudiantes pueden identificar errores, contrastar estrategias y validar soluciones con mayor precisión, algunos autores

demostraron que las actividades apoyadas con GeoGebra fortalecen el pensamiento analítico y mejoran el desempeño en contenidos matemáticos complejos (Birgin & Acar, 2022).

Desde una perspectiva didáctica, GeoGebra favorece el aprendizaje autónomo y la adaptación de las actividades a diferentes contextos educativos, su uso resulta pertinente tanto en clases presenciales como virtuales y permite implementar metodologías activas centradas en el estudiante, algunos autores sostienen que la incorporación sistemática de GeoGebra incrementa la motivación y mejora el logro académico en matemáticas (Sarmiento-Segovia & Moscoso-Bernal, 2023).

Limitaciones y desafíos en su implementación

La implementación de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas presenta limitaciones relacionadas con la infraestructura tecnológica de las instituciones educativas, la falta de computadoras actualizadas, conexión estable a Internet o dispositivos suficientes puede restringir el acceso continuo al software, los autores identifican que las condiciones tecnológicas del entorno escolar constituyen un factor determinante para el éxito de su integración pedagógica. (Yohannes & Chen, 2021).

Otro desafío importante corresponde a la formación docente en el uso didáctico de GeoGebra, el dominio técnico del software no garantiza por sí solo una enseñanza efectiva ya que es necesario diseñar actividades alineadas con objetivos de aprendizaje claros, Alvarez-Matute et al. (2020) destacan que la capacitación pedagógica del profesorado resulta esencial para aprovechar el potencial del programa en el aula.

El proceso de aprendizaje con GeoGebra también puede presentar dificultades para algunos estudiantes cuando el uso del software se concentra en aspectos operativos y no en la comprensión matemática, Triet & Loc (2020) demostraron que ciertos estudiantes experimentan limitaciones al interpretar resultados y trasladar la información visual a procedimientos analíticos.

La evidencia reciente muestra que aunque GeoGebra ofrece múltiples beneficios, su implementación exige planificación, recursos y acompañamiento pedagógico continuo, los teóricos Azis & Rohaeti (2025) concluyen que los principales retos se relacionan con la disponibilidad tecnológica, la preparación docente y la adaptación metodológica a distintos contextos educativos.

Investigaciones previas sobre GeoGebra en educación

Las investigaciones recientes confirman que GeoGebra ha sido ampliamente estudiado como recurso tecnológico para fortalecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, los resultados reportan mejoras en el rendimiento académico, la comprensión conceptual y el pensamiento analítico, Yohannes & Chen (2021) realizaron una revisión sistemática de estudios publicados entre 2010 y 2020 y evidenciaron efectos positivos consistentes en distintos niveles educativos.

En educación secundaria múltiples investigaciones demuestran que GeoGebra favorece la visualización matemática y la resolución de problemas en temas como geometría, funciones y álgebra, el teórico Uwurukundo et al. (2020) concluyeron que la integración del software mejora

la representación, la generalización y el razonamiento lógico de los estudiantes, estos hallazgos respaldan su utilidad para desarrollar habilidades cognitivas de orden superior.

Las revisiones sistemáticas más recientes muestran un crecimiento sostenido en la producción científica sobre GeoGebra, el autor Huamán Intiquilla (2025) identificó que las investigaciones en educación básica destacan aumentos en la motivación, la participación activa y el aprendizaje significativo cuando el software se incorpora con estrategias didácticas adecuadas, la evidencia confirma su valor como herramienta de innovación pedagógica.

El conjunto de estudios revisados coincide en que GeoGebra constituye un recurso eficaz para mejorar la enseñanza de las matemáticas, aunque su impacto depende de la capacitación docente y de la disponibilidad tecnológica, Yohannes & Chen (2021) destacan que la mayoría de investigaciones reportan beneficios en desempeño, actitudes y habilidades de pensamiento superior, estas evidencias justifican plenamente su inclusión en propuestas educativas orientadas al análisis y resolución de problemas complejos.

GeoGebra como recurso didáctico innovador

GeoGebra se reconoce como un recurso didáctico innovador porque integra álgebra, geometría, cálculo y estadística en un entorno interactivo y de libre acceso, esta combinación permite transformar la enseñanza tradicional en experiencias de aprendizaje más visuales y participativas, Yohannes & Chen (2021) evidencian que su incorporación favorece el desarrollo del pensamiento matemático y la comprensión conceptual en diversos niveles educativos.

La innovación pedagógica de GeoGebra radica en su capacidad para promover metodologías activas centradas en el estudiante, los alumnos exploran, formulan hipótesis y validan resultados mediante la manipulación dinámica de objetos matemáticos, los autores Alvarez-Matute et al. (2020) destacan que esta herramienta estimula la creatividad, incrementa el interés por las matemáticas y fortalece la construcción significativa del conocimiento.

GeoGebra también constituye una innovación didáctica al adaptarse a contextos presenciales y virtuales, facilitando el trabajo colaborativo y la retroalimentación inmediata, Cedeño-Alcívar & Rivadeneira-Loor (2023) sostienen que su uso sistemático permite dinamizar la enseñanza y mejorar notablemente el aprendizaje matemático, esta versatilidad convierte al software en una herramienta pertinente para responder a las demandas educativas contemporáneas.

La evidencia científica reciente confirma que GeoGebra no solo apoya la enseñanza, sino que redefine la manera en que los estudiantes interactúan con los conceptos matemáticos, los autores Sarmiento-Segovia & Moscoso-Bernal (2023) afirman que su implementación incrementa la motivación, fortalece el rendimiento académico y consolida procesos de innovación pedagógica en el aula.

Impacto de GeoGebra en la comprensión matemática

GeoGebra tiene un impacto significativo en la comprensión matemática al permitir que los estudiantes relacionen representaciones algebraicas, gráficas y numéricas en un mismo entorno, esta integración facilita la interpretación de conceptos abstractos y fortalece la construcción del

conocimiento, los autores evidencian que el uso sistemático del software mejora la comprensión conceptual y el rendimiento académico en matemáticas (Yohannes & Chen, 2021).

La interacción dinámica con objetos matemáticos favorece la exploración, la formulación de hipótesis y la verificación inmediata de resultados, este proceso permite que los estudiantes comprendan con mayor profundidad las relaciones entre variables y procedimientos, algunos autores demostraron que las actividades desarrolladas con GeoGebra fortalecen el razonamiento analítico y la capacidad para resolver problemas complejos Birgin & Acar (2022)

Alvarez-Matute et al. (2020) destacan que GeoGebra incrementa la motivación y promueve aprendizajes significativos al presentar los contenidos matemáticos de forma visual e interactiva, esta característica ayuda a reducir dificultades en temas tradicionalmente abstractos, como ecuaciones y funciones, en consecuencia, los estudiantes logran interpretar los conceptos con mayor claridad y precisión.

La evidencia científica reciente confirma que GeoGebra fortalece la comprensión matemática cuando se integra mediante estrategias pedagógicas adecuadas, Sarmiento-Segovia & Moscoso-Bernal (2023) concluyen que el software mejora la participación, consolida el aprendizaje conceptual y eleva el desempeño académico, su impacto resulta especialmente relevante en la resolución de problemas y en el desarrollo del pensamiento lógico.

Relación entre GeoGebra y resolución de problemas

GeoGebra mantiene una relación directa con la resolución de problemas matemáticos al permitir que los estudiantes representen situaciones mediante expresiones algebraicas, gráficas y tablas dinámicas, esta integración facilita la comprensión del problema y la identificación de estrategias de solución, los teóricos Yohannes & Chen (2021) evidencian que el uso del software fortalece el pensamiento crítico y mejora el desempeño en tareas de resolución de problemas.

La visualización interactiva que ofrece GeoGebra permite analizar el comportamiento de variables y comprobar hipótesis en tiempo real, Birgin & Acar (2022) demostraron que los estudiantes que emplean este recurso desarrollan mayor capacidad para interpretar relaciones matemáticas y tomar decisiones fundamentadas, esta característica favorece la resolución de problemas complejos con un enfoque analítico y reflexivo.

Alvarez-Matute et al. (2020) destacan que GeoGebra promueve la exploración autónoma y el aprendizaje significativo al convertir los procedimientos abstractos en experiencias visuales y manipulables, en el estudio de ecuaciones lineales los estudiantes pueden contrastar distintos métodos de solución y verificar sus resultados de manera inmediata, esta dinámica incrementa la precisión y la confianza durante el proceso de resolución.

La evidencia científica reciente confirma que GeoGebra constituye una herramienta eficaz para potenciar la resolución de problemas en matemáticas, Sarmiento-Segovia & Moscoso-Bernal (2023) concluyen que su implementación mejora la comprensión conceptual, fortalece el

razonamiento lógico y eleva el rendimiento académico, por esta razón su uso resulta pertinente para abordar sistemas de ecuaciones lineales y problemas de mayor complejidad.

Ambientes de aprendizaje con GeoGebra

Concepto de ambiente de aprendizaje

El ambiente de aprendizaje se define como el conjunto de condiciones físicas, pedagógicas, tecnológicas y sociales que influyen en la construcción del conocimiento, este entorno integra recursos, interacciones y estrategias didácticas orientadas al desarrollo integral del estudiante, los teóricos Paunesku & Farrington (2020) afirman que los ambientes de aprendizaje efectivos proporcionan experiencias que fortalecen la motivación, el sentido de pertenencia y la participación académica.

Un ambiente de aprendizaje no se limita al espacio del aula sino que incluye todas las relaciones y elementos que favorecen la comprensión y la reflexión, Kokko & Hirsto (2021) sostienen que los espacios educativos se convierten en verdaderos ambientes de aprendizaje cuando promueven interacción, colaboración y construcción conjunta del conocimiento, esta perspectiva destaca la importancia de diseñar contextos que faciliten experiencias significativas y contextualizadas.

Los avances tecnológicos han ampliado el concepto tradicional de ambiente de aprendizaje al incorporar plataformas digitales y herramientas interactivas, los teóricos García-Tudela et al. (2020) señalan que los entornos inteligentes integran tecnología, ergonomía y pedagogía para

optimizar las oportunidades de aprendizaje, esta evolución permite que los estudiantes accedan a recursos dinámicos y participen activamente en la construcción de conocimientos.

En la enseñanza de las matemáticas GeoGebra fortalece el ambiente de aprendizaje al ofrecer visualización, experimentación y retroalimentación inmediata, los teóricos Oliveras-Ortiz et al. (2021) evidencian que los espacios de aprendizaje bien diseñados incrementan el compromiso y la comprensión de los estudiantes, por esta razón un ambiente de aprendizaje con GeoGebra constituye un contexto propicio para desarrollar análisis y resolución de problemas complejos.

Tipos de ambientes de aprendizaje

Los ambientes de aprendizaje pueden clasificarse en presenciales, virtuales, híbridos y enriquecidos con tecnología, de acuerdo con los recursos y formas de interacción que utilizan, cada tipo responde a necesidades pedagógicas específicas y ofrece distintas oportunidades para la construcción del conocimiento, Kokko & Hirsto (2021) destacan que los entornos educativos modernos integran dimensiones físicas, sociales y tecnológicas para favorecer experiencias de aprendizaje más significativas.

Los ambientes presenciales se desarrollan en el aula tradicional y se caracterizan por la interacción directa entre docentes y estudiantes, estos espacios facilitan la comunicación inmediata, el trabajo colaborativo y la observación continua del proceso formativo, los teóricos Oliveras-Ortiz et al. (2021) afirman que el diseño y la organización del espacio influyen de manera positiva en el compromiso y el rendimiento académico del alumnado.

Los ambientes virtuales emplean plataformas digitales y recursos en línea que permiten aprender sin restricciones de tiempo y lugar, por otra parte, los ambientes híbridos combinan actividades presenciales y virtuales para aprovechar las ventajas de ambos formatos, García-Tudela et al. (2020) señalan que los entornos inteligentes y tecnológicos amplían las posibilidades de personalización, interacción y acceso al conocimiento.

Los ambientes enriquecidos con tecnología incorporan herramientas como GeoGebra para promover visualización, experimentación y retroalimentación inmediata, este tipo de entorno resulta especialmente útil en matemáticas ya que facilita la comprensión de conceptos abstractos y la resolución de problemas, los teóricos proponen que los smart learning environments integran pedagogía y tecnología para optimizar el aprendizaje en contextos educativos contemporáneos. (García-Tudela et al., 2020).

Ambientes de aprendizaje tradicionales vs digitales

Los ambientes de aprendizaje tradicionales se caracterizan por desarrollarse en espacios físicos donde la interacción ocurre principalmente de forma presencial y bajo la dirección del docente, en este contexto los recursos más utilizados incluyen libros de texto, pizarras y explicaciones orales lo que favorece una estructura organizada y secuencial del conocimiento, Jaar (2021) sostiene que este modelo ha sido históricamente eficaz para transmitir contenidos aunque presenta limitaciones para personalizar el aprendizaje y adaptarse a las necesidades individuales de los estudiantes, la centralidad del profesor y la relativa pasividad del alumno constituyen rasgos distintivos de este enfoque.

Los ambientes digitales amplían las posibilidades educativas mediante el uso de plataformas virtuales, recursos multimedia y herramientas interactivas que permiten aprender en cualquier momento y lugar, García-Tudela et al. (2021) evidencian que estos entornos integran elementos de personalización, flexibilidad y acceso inmediato a múltiples fuentes de información esta modalidad fomenta procesos más autónomos y colaborativos en los cuales el estudiante puede avanzar a su propio ritmo y participar activamente en la construcción del conocimiento, la tecnología deja de ser un complemento y se convierte en un componente estructural del aprendizaje.

Una diferencia fundamental entre ambos ambientes radica en la organización del tiempo y del espacio pedagógico, en los entornos tradicionales, las actividades suelen depender de horarios fijos y de la presencia simultánea de docentes y estudiantes, en contraste los ambientes digitales posibilitan interacciones sincrónicas y asincrónicas permitiendo continuar el proceso educativo fuera del aula convencional, se menciona que esta flexibilidad resulta especialmente valiosa en matemáticas ya que brinda oportunidades para revisar contenidos, repetir ejercicios y acceder a explicaciones complementarias según las necesidades del estudiante (Jaar, 2021).

La participación estudiantil también adquiere matices distintos en ambos modelos, en los ambientes tradicionales el aprendizaje suele centrarse en la recepción de información y en la resolución de tareas prescritas por el docente, por el contrario los ambientes digitales promueven exploración, experimentación e interacción constante con recursos tecnológicos, los teóricos demuestran que los entornos dinámicos e interactivos en matemáticas fortalecen la comprensión conceptual y la capacidad para analizar relaciones entre representaciones algebraicas y gráficas,

esta característica resulta especialmente relevante cuando se emplean herramientas como GeoGebra para resolver problemas complejos (Cevikbas & Kaiser, 2021).

Integración de GeoGebra en el aula

La integración de GeoGebra en el aula constituye una estrategia pedagógica que combina recursos digitales con metodologías activas para favorecer la comprensión matemática, su incorporación permite que los estudiantes exploren conceptos abstractos mediante representaciones dinámicas y manipulables, Oliveras-Ortiz et al. (2021) evidenciaron que los entornos de aprendizaje enriquecidos con tecnología incrementan el compromiso y la participación estudiantil.

La planificación didáctica es un elemento esencial para incorporar GeoGebra de manera efectiva en las clases de matemáticas, el docente debe definir objetivos claros, seleccionar actividades interactivas y relacionar el software con los contenidos curriculares, Hew et al. (2020) demostraron que la integración tecnológica genera mejores resultados cuando se articula con estrategias pedagógicas estructuradas y centradas en el estudiante.

GeoGebra puede emplearse en distintas fases de la clase como la introducción de conceptos la resolución de ejercicios y la verificación de resultados, en álgebra facilita la representación simultánea de expresiones, tablas y gráficas, permitiendo contrastar procedimientos y conclusiones, los teóricos García-Tudela et al. (2020) destacaron que los entornos inteligentes de aprendizaje potencian la interacción y la construcción activa del conocimiento matemático.

La integración de GeoGebra también transforma la dinámica del aula al promover la experimentación, la discusión y el trabajo colaborativo, los estudiantes pueden formular hipótesis, modificar parámetros y analizar los efectos de sus acciones en tiempo real, los autores Parrish & Sadera (2020) señalaron que los ambientes tecnológicos centrados en el estudiante requieren competencias docentes orientadas a facilitar procesos de exploración y reflexión.

Diseño de ambientes de aprendizaje con GeoGebra

El diseño de ambientes de aprendizaje con GeoGebra implica planificar espacios pedagógicos donde los estudiantes interactúan con representaciones algebraicas, gráficas y geométricas para construir conocimiento matemático estos ambientes combinan objetivos curriculares, actividades exploratorias y recursos digitales que favorecen la comprensión conceptual, Casanova et al. (2020) sostienen que los entornos enriquecidos con tecnología mejoran la participación y la calidad del aprendizaje cuando se estructuran con criterios pedagógicos claros.

La planificación didáctica con GeoGebra requiere definir metas de aprendizaje, seleccionar contenidos y diseñar tareas que permitan manipular objetos matemáticos de manera dinámica, los teóricos Weinhandl et al. (2020) y colaboradores evidenciaron que la combinación de GeoGebra con metodologías activas facilita ambientes flexibles y centrados en el estudiante, estas características permiten que los alumnos formulen conjeturas y validen resultados mediante experimentación visual.

Un componente esencial del diseño es la secuencia de actividades, la cual debe avanzar desde la exploración intuitiva hasta la formalización matemática, los autores Rubio-Pizzorno &

Espinosa (2021) afirman que las herramientas Authoring Tools de GeoGebra, como Activity, Book y Classroom facilitan la creación de ambientes virtuales organizados y colaborativos, estas utilidades permiten integrar instrucciones, simulaciones y evaluaciones dentro de un mismo entorno digital.

La efectividad del ambiente también depende de incorporar estrategias de interacción, retroalimentación y trabajo colaborativo, Yohannes & Chen (2021) demostraron en su revisión sistemática que las experiencias con GeoGebra alcanzan mejores resultados cuando se desarrollan mediante tareas estructuradas y discusiones guiadas por el docente, en este contexto el software actúa como mediador entre la representación visual y el razonamiento matemático formal.

Estrategias didácticas apoyadas en GeoGebra

Las estrategias didácticas apoyadas en GeoGebra permiten organizar experiencias de aprendizaje en las que los estudiantes exploran, manipulan y verifican conceptos matemáticos de manera dinámica, el software favorece la construcción activa del conocimiento al vincular representaciones algebraicas, gráficas y numéricas en un mismo entorno, GeoGebra se consolida como un recurso idóneo para promover metodologías centradas en el estudiante, Yohannes & Chen (2021) evidencian que las estrategias más frecuentes con GeoGebra son las basadas en actividades y tareas de investigación.

El aprendizaje por indagación constituye una de las estrategias más efectivas cuando se utiliza GeoGebra en el aula, esta metodología plantea preguntas, conjeturas y experimentaciones que conducen al descubrimiento de propiedades matemáticas, al mover objetos y observar

invariantes los estudiantes desarrollan razonamiento lógico y pensamiento crítico, los teóricos Birgin & Acar (2022) demostraron que el trabajo colaborativo apoyado en GeoGebra mejoró significativamente el rendimiento en funciones exponenciales y logarítmicas.

La resolución de problemas contextualizados representa otra estrategia didáctica de gran valor, GeoGebra permite modelar situaciones reales y contrastar diferentes procedimientos de solución mediante representaciones visuales interactivas, esta posibilidad fortalece la comprensión conceptual y la transferencia del conocimiento a nuevos contextos, los autores Alvarez-Matute et al. (2020) señalan que el uso de GeoGebra como estrategia de enseñanza incrementa la participación estudiantil y mejora la planificación didáctica del docente.

El aprendizaje basado en proyectos y la modelización matemática amplían las posibilidades pedagógicas de GeoGebra al integrar investigación, creatividad y análisis de fenómenos, los estudiantes construyen modelos, interpretan resultados y justifican conclusiones con apoyo de simulaciones dinámicas, Septian et al. (2020) comprobaron que los proyectos asistidos con GeoGebra fortalecen la capacidad de representación matemática y la autonomía académica.

Aprendizaje interactivo y participativo

El aprendizaje interactivo y participativo se caracteriza por involucrar al estudiante de manera directa en la construcción de su conocimiento mediante la exploración, la experimentación y el diálogo con sus compañeros y docentes, en ambientes apoyados con GeoGebra esta interacción se fortalece al permitir la manipulación dinámica de objetos matemáticos y la observación

inmediata de resultados, los autores Yohannes & Chen (2021) identifican que las actividades basadas en tareas con GeoGebra favorecen una participación más activa y sostenida en el aula.

La interactividad de GeoGebra facilita que los estudiantes formulen conjeturas, modifiquen parámetros y contrasten sus hipótesis en tiempo real, este proceso incrementa la curiosidad y promueve una actitud investigativa frente a los conceptos matemáticos, la retroalimentación visual inmediata permite detectar errores y ajustar estrategias de solución de manera autónoma, los autores Birgin & Acar (2022) demostraron que el trabajo colaborativo con GeoGebra produjo mejoras significativas en el rendimiento y en la implicación de los estudiantes.

La participación activa también se fortalece mediante metodologías como el aprendizaje basado en problemas y el trabajo por proyectos en las que los estudiantes utilizan GeoGebra para representar, analizar y comunicar resultados, estas estrategias convierten al estudiante en protagonista del proceso educativo y estimulan habilidades de argumentación y toma de decisiones, Selvy et al. (2020) comprobaron que el aprendizaje basado en problemas asistido con GeoGebra incrementó la creatividad matemática y la motivación académica.

El carácter participativo del aprendizaje con GeoGebra se evidencia cuando los estudiantes comparten construcciones, debaten procedimientos y elaboran conclusiones conjuntas, esta dinámica favorece la comunicación matemática y el desarrollo de competencias sociales y cognitivas, los teóricos Septian et al. (2020) destacan que los proyectos apoyados con GeoGebra fortalecen la capacidad de representación matemática y la autonomía del estudiante.

Uso de tecnologías digitales en educación matemática

Las tecnologías digitales han transformado la educación matemática al proporcionar múltiples representaciones de los conceptos y facilitar procesos de exploración, simulación y análisis, estas herramientas permiten vincular expresiones algebraicas, gráficas y numéricas en un mismo entorno, fortaleciendo la comprensión conceptual y el razonamiento matemático, los tercios Clark-Wilson et al. (2020) destacan que la integración tecnológica amplía las oportunidades de aprendizaje y modifica positivamente las prácticas de enseñanza en matemáticas.

En los entornos digitales los estudiantes pueden manipular variables y observar de manera inmediata los cambios producidos en gráficos, tablas o modelos geométricos, esta interacción favorece la formulación de conjeturas y la validación de ideas matemáticas a partir de la experimentación, Christopoulos et al. (2020) evidencian que la tecnología educativa incrementa la participación y facilita la comprensión de contenidos abstractos en educación matemática.

El uso pedagógico de tecnologías digitales también promueve metodologías centradas en el estudiante, como el aprendizaje por descubrimiento y la resolución de problemas, en este contexto el docente orienta el proceso y diseña actividades que integran recursos tecnológicos con objetivos curriculares, Viberg et al. (2023) sostienen que la incorporación de herramientas digitales en matemáticas mejora la interacción entre estudiantes, contenidos y estrategias de enseñanza.

En la educación matemática herramientas como GeoGebra, calculadoras gráficas y plataformas virtuales favorecen la visualización dinámica y el análisis de relaciones funcionales, estas tecnologías fortalecen la comprensión de patrones, ecuaciones y estructuras algebraicas mediante representaciones interactivas, los teoricos Günster & Weigand (2020) afirman que las

tareas diseñadas con tecnología digital potencian el pensamiento funcional y el desarrollo del razonamiento matemático.

Motivación y compromiso del estudiante

La motivación y el compromiso del estudiante constituyen dimensiones esenciales para el aprendizaje efectivo ya que influyen en la persistencia, el esfuerzo y la disposición para enfrentar retos cognitivos, en los ambientes educativos apoyados con tecnología estos factores se fortalecen cuando las actividades resultan significativas, interactivas y vinculadas con situaciones reales, los teóricos Bond et al. (2020) demostraron que las herramientas digitales favorecen el compromiso conductual, emocional y cognitivo al promover una participación más activa del alumnado.

En el aprendizaje de las matemáticas la motivación aumenta cuando los estudiantes perciben que pueden manipular conceptos abstractos y observar resultados inmediatos, Velazquez et al. (2020) evidenciaron mediante un estudio aplicado a universitarios ecuatorianos que el uso de tecnología incrementa la percepción de utilidad y el interés por aprender matemáticas, esta relación fortalece la confianza académica y reduce actitudes negativas hacia la asignatura.

GeoGebra contribuye al compromiso del estudiante al ofrecer representaciones dinámicas que permiten explorar y comprobar hipótesis matemáticas de manera autónoma, los autores Attard & Holmes (2020) señalaron que el uso de tecnología en matemáticas genera entusiasmo y una sensación de logro, factores que favorecen la continuidad del aprendizaje, la interacción directa con gráficos y controles deslizantes convierte al estudiante en protagonista del proceso formativo.

El compromiso académico también se fortalece cuando las actividades digitales incorporan retroalimentación inmediata y resolución de problemas contextualizados, los teóricos comprobaron que los entornos interactivos de aprendizaje matemático incrementan la participación emocional, cognitiva y conductual de los estudiantes durante periodos prolongados de estudio, en consecuencia la motivación sostenida favorece una comprensión más profunda y una actitud positiva hacia las matemáticas (Barana & Marchisio, 2020).

Desarrollo del pensamiento lógico-matemático

El pensamiento lógico-matemático comprende la capacidad de analizar relaciones, identificar patrones y establecer inferencias para resolver problemas de manera estructurada, en los ambientes de aprendizaje apoyados con GeoGebra esta competencia se fortalece al permitir que los estudiantes experimenten con representaciones algebraicas y gráficas de forma simultánea, Berlin & Cohen (2020) sostienen que los entornos de aprendizaje organizados y cognitivamente desafiantes favorecen una participación matemática más profunda, en consecuencia el razonamiento lógico se consolida cuando el estudiante interactúa activamente con situaciones matemáticas significativas.

Chimoni et al. (2021) demostraron que las tareas estructuradas para promover el pensamiento algebraico temprano mejoran la capacidad de generalización y análisis relacional, en el estudio de ecuaciones lineales estas habilidades permiten comprender la equivalencia entre expresiones y la relación entre variables, la interacción con representaciones múltiples facilita que los estudiantes formulen conjeturas y verifiquen resultados, por esta razón el pensamiento lógico-matemático se desarrolla a partir de procesos de exploración y validación continua.

GeoGebra contribuye a este proceso al ofrecer un entorno donde los objetos matemáticos pueden manipularse dinámicamente, Günster & Weigand (2020) indican que las tareas digitales bien diseñadas favorecen el pensamiento funcional y la comprensión de relaciones entre variables, al modificar parámetros y observar cambios inmediatos en las gráficas los estudiantes reconocen regularidades y construyen argumentos fundamentados.

Sung & Black (2021) evidencian que los entornos tecnológicos diseñados con propósitos pedagógicos específicos potencian simultáneamente la comprensión matemática y el pensamiento computacional, esta integración favorece habilidades como la secuenciación lógica, el análisis de datos y la resolución sistemática de problemas, en el contexto de GeoGebra los estudiantes prueban estrategias, corrigen errores y justifican procedimientos con mayor precisión, por tanto el uso de tecnologías digitales constituye un medio eficaz para desarrollar el pensamiento lógico-matemático de manera activa y significativa.

Aprendizaje colaborativo con GeoGebra

El aprendizaje colaborativo con GeoGebra promueve la construcción conjunta del conocimiento mediante la interacción entre estudiantes que analizan, discuten y resuelven problemas matemáticos con apoyo tecnológico, las herramientas dinámicas del software permiten compartir representaciones algebraicas y gráficas en tiempo real, favoreciendo la argumentación y la toma de decisiones en grupo, Birgin & Acar (2022) evidenciaron que el trabajo colaborativo asistido por GeoGebra incrementó significativamente el rendimiento académico en funciones exponenciales y logarítmicas.

La colaboración en entornos digitales fortalece habilidades como la comunicación matemática, la negociación de significados y la validación colectiva de procedimientos, los autores Gonzáles. et al. (2020) demostraron que la elaboración de simuladores con GeoGebra generó múltiples formas de cooperación entre docentes y estudiantes, favoreciendo procesos de modelación y razonamiento compartido, este tipo de interacción convierte al estudiante en participante activo dentro de una comunidad de aprendizaje orientada a la resolución de problemas.

GeoGebra facilita el aprendizaje colaborativo al integrar recursos visuales y manipulativos que permiten a los grupos contrastar hipótesis y justificar conclusiones con mayor precisión, Yohannes & Chen (2021) identificaron en su revisión sistemática que una de las estrategias más frecuentes en la implementación de GeoGebra es el trabajo basado en actividades y tareas cooperativas.

El uso de GeoGebra en actividades colaborativas también fortalece la autonomía, la responsabilidad compartida y el compromiso con los objetivos del grupo, cuando los estudiantes exploran ecuaciones lineales, cada integrante puede aportar observaciones sobre patrones, errores y estrategias de solución, enriqueciendo el proceso de aprendizaje, en consecuencia la interacción entre pares y el soporte tecnológico favorecen un ambiente participativo que potencia la comprensión matemática y el desarrollo de competencias cognitivas y sociales (Birgin & Acar, 2022).

Evaluación del aprendizaje en entornos digitales

La evaluación del aprendizaje en entornos digitales constituye un proceso continuo que permite recopilar evidencias sobre el progreso académico mediante plataformas tecnológicas y recursos interactivos, estos entornos facilitan la aplicación de evaluaciones diagnósticas, formativas y sumativas con retroalimentación inmediata, los teóricos Angelis & Santonicola (2021) destacan que la evaluación en línea adquiere mayor efectividad cuando acompaña todo el proceso de enseñanza y orienta decisiones pedagógicas oportunas.

Las herramientas digitales permiten registrar respuestas, tiempos de ejecución y patrones de desempeño, ofreciendo información detallada sobre las dificultades y avances de los estudiantes, Enders et al. (2021) comprobaron que los cuestionarios en línea con retroalimentación elaborada mejoran significativamente los resultados de aprendizaje y fortalecen la autorregulación, esta evidencia confirma que la evaluación digital no solo mide resultados, sino que también promueve procesos de comprensión más profundos.

En los ambientes de aprendizaje con GeoGebra la evaluación puede integrarse directamente en actividades de exploración y resolución de problemas matemáticos, las construcciones dinámicas permiten observar procedimientos, contrastar hipótesis y valorar el razonamiento empleado por el estudiante, Senadheera & Kulasekara (2022) demostraron que los diseños de evaluación formativa en línea favorecen el aprendizaje autónomo y el uso reflexivo de la retroalimentación.

La evaluación en entornos digitales también presenta desafíos relacionados con la validez, la equidad y la integridad académica, los autores Torres-Madroñero et al. (2020) señalan que el uso de tecnologías exige criterios pedagógicos claros y estrategias que consideren las condiciones técnicas y contextuales de los estudiantes, en consecuencia cuando la evaluación digital se planifica adecuadamente, se convierte en una herramienta eficaz para valorar el aprendizaje y mejorar la enseñanza en educación matemática.

Experiencias educativas con GeoGebra

Las experiencias educativas con GeoGebra evidencian que este software favorece la comprensión de conceptos matemáticos mediante la exploración y la manipulación de representaciones dinámicas, en distintos niveles educativos, su incorporación ha permitido que los estudiantes participen activamente en la construcción del conocimiento y desarrollen mayor autonomía en la resolución de tareas, Yohannes & Chen (2021) identificaron que la mayoría de investigaciones reportan mejoras en el rendimiento académico y en las percepciones del alumnado hacia las matemáticas.

En contextos escolares de educación media el uso de GeoGebra dentro del aprendizaje colaborativo ha mostrado efectos positivos sobre el logro matemático, los teóricos Birgin & Acar (2022) comprobaron que los estudiantes que trabajaron con actividades colaborativas apoyadas en GeoGebra obtuvieron resultados superiores en funciones exponenciales y logarítmicas respecto a quienes siguieron métodos convencionales, esta experiencia confirma que la interacción entre pares y la visualización dinámica fortalecen la comprensión conceptual y procedimental.

Otras experiencias han integrado GeoGebra con metodologías activas como el aprendizaje basado en problemas, Selvy et al. (2020) demostraron que esta combinación incrementa la motivación y potencia el pensamiento creativo matemático ya que los estudiantes analizan situaciones, formulan hipótesis y verifican resultados de manera interactiva, la experimentación digital transforma la clase en un espacio de investigación donde el error se convierte en una oportunidad de aprendizaje.

En el ámbito latinoamericano también se registran experiencias exitosas que destacan a GeoGebra como recurso innovador para la enseñanza, los autores Alvarez-Matute et al. (2020) señalaron que su implementación mejora la participación estudiantil y facilita la comprensión de contenidos abstractos al relacionar elementos algebraicos y gráficos en un mismo entorno, estas evidencias consolidan a GeoGebra como una herramienta pedagógica eficaz para enriquecer las prácticas educativas y fortalecer el aprendizaje significativo de las matemáticas.

Impacto de los ambientes tecnológicos en el aprendizaje

Los ambientes tecnológicos de aprendizaje han transformado la educación al ofrecer recursos interactivos que favorecen la construcción activa del conocimiento, estas plataformas integran simulaciones, visualizaciones y retroalimentación inmediata, elementos que fortalecen la comprensión conceptual y la autonomía del estudiante, los autores Clark-Wilson et al. (2020) sostienen que la tecnología digital amplía las oportunidades para explorar ideas matemáticas desde múltiples representaciones lo que mejora la calidad del razonamiento y la comunicación matemática.

La incorporación de tecnologías educativas incrementa el rendimiento académico cuando se articula con objetivos pedagógicos claros y metodologías activas, Christopoulos et al. (2020) evidencian que los entornos digitales permiten adaptar las actividades al ritmo y estilo de aprendizaje de cada estudiante generando avances significativos en precisión y dominio de contenidos matemáticos.

Los ambientes tecnológicos también favorecen el seguimiento continuo del proceso educativo mediante analíticas de aprendizaje y registros automáticos de interacción, los autores Paredes et al. (2020) destacan que la información generada en plataformas digitales ayuda a identificar dificultades, orientar intervenciones oportunas y optimizar la toma de decisiones pedagógicas.

En el campo de la educación matemática los entornos tecnológicos potencian la motivación, el pensamiento lógico y la participación activa del estudiante, los teóricos Olivo-Franco & Corrales (2020) afirman que las tecnologías digitales generan experiencias más dinámicas y significativas al vincular teoría, práctica y exploración visual, en consecuencia estos ambientes contribuyen a un aprendizaje más profundo y contextualizado siempre que su implementación responda a una planificación didáctica coherente.

Teoría de las ecuaciones

Concepto de ecuación matemática

Una ecuación matemática es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que contiene una o más incógnitas y que solo se cumple para determinados valores de dichas variables, este

concepto constituye una base esencial del pensamiento algebraico ya que permite modelar relaciones cuantitativas y resolver situaciones problemáticas de manera estructurada, Almeida, Almeida et al. (2020) destacan que la ecuación puede entenderse como una relación formal que expresa equivalencia entre cantidades y operaciones.

Desde la educación matemática la ecuación no se limita a un procedimiento mecánico para hallar un valor desconocido sino que representa un objeto conceptual con múltiples significados, entre ellos se encuentran la idea de balance, condición de igualdad y representación de relaciones funcionales, el autor Y. Ying (2020) sostiene que comprender la ecuación implica interpretar el signo igual como una relación de equivalencia y transformación, favoreciendo una visión más profunda del álgebra.

La enseñanza de las ecuaciones contribuye al desarrollo del razonamiento simbólico y de la capacidad para generalizar patrones matemáticos, en este sentido las ecuaciones permiten conectar representaciones numéricas, gráficas y algebraicas para explicar fenómenos y resolver problemas, Kop et al. (2020) evidencian que el trabajo con expresiones y ecuaciones fortalece el sentido simbólico de los estudiantes y mejora la comprensión de la estructura algebraica.

En términos pedagógicos la ecuación matemática constituye una herramienta que favorece la abstracción y la modelización de situaciones del mundo real, su estudio permite que los estudiantes formulen conjeturas, verifiquen soluciones y argumenten sus procedimientos con fundamento lógico, los autores Lee & Pang (2021) demuestran que una comprensión relacional de las ecuaciones mejora la interpretación del signo igual y promueve aprendizajes más sólidos y duraderos en álgebra escolar.

Clasificación de las ecuaciones

Las ecuaciones matemáticas se clasifican de acuerdo con su estructura algebraica, el número de incógnitas y el grado de la variable, esta organización facilita su estudio y permite seleccionar procedimientos adecuados para encontrar soluciones, Yıldız et al. (2022) evidencian que la correcta definición y diferenciación entre expresiones algebraicas y ecuaciones constituye un componente esencial del conocimiento matemático y pedagógico.

Una primera clasificación distingue las ecuaciones lineales, cuadráticas, cúbicas y de grado superior, las ecuaciones lineales presentan la incógnita elevada a la primera potencia, mientras que las cuadráticas la incluyen al cuadrado y generan soluciones que pueden representarse algebraica y gráficamente, los autores Kop et al. (2020) destacan que el análisis de distintas formas algebraicas fortalece el sentido simbólico y la comprensión estructural de las expresiones matemáticas.

Otra clasificación importante considera la cantidad de incógnitas presentes en la igualdad, existen ecuaciones con una variable como $2x+5=11$ y sistemas de ecuaciones con dos o más incógnitas, los cuales describen relaciones simultáneas entre cantidades, los teóricos Almeida et al. (2020) afirman que la noción de ecuación puede abordarse desde perspectivas pragmáticas, procesuales y formales lo que amplía su comprensión conceptual en el aprendizaje del álgebra.

Desde una perspectiva funcional las ecuaciones también se clasifican en algebraicas, trascendentes, diferenciales y diofánticas según la naturaleza de las operaciones involucradas y el conjunto numérico en que se buscan las soluciones, esta diversidad demuestra que las ecuaciones

constituyen herramientas versátiles para modelar fenómenos científicos y matemáticos, Man (2020) resalta que incluso tipos específicos, como las ecuaciones diofánticas lineales, ofrecen estrategias didácticas valiosas para desarrollar razonamiento lógico y habilidades de resolución de problemas.

Concepto de ecuaciones lineales

Las ecuaciones lineales son igualdades algebraicas en las que la incógnita aparece únicamente elevada a la primera potencia, su forma general en una variable puede expresarse como $ax+b=0$ donde a y b son números reales y a es distinto de 0, esta estructura permite encontrar un valor único que satisface la igualdad, los teóricos Otten et al. (2020) destacan que las ecuaciones lineales constituyen uno de los primeros puentes entre el razonamiento aritmético y el pensamiento algebraico formal.

El carácter lineal de estas ecuaciones se debe a que la representación gráfica de sus soluciones corresponde a una recta en el plano cartesiano, esta relación entre álgebra y geometría facilita que los estudiantes interpreten la pendiente, la intersección y el comportamiento de las variables, Maskar et al. (2024) afirman que la conexión entre ecuación lineal y función lineal fortalece la comprensión conceptual mediante representaciones visuales.

En el ámbito educativo las ecuaciones lineales permiten modelar situaciones cotidianas en las que existe una relación proporcional o aditiva entre cantidades, problemas de costos, distancias y edades pueden expresarse mediante este tipo de ecuaciones, favoreciendo la aplicación práctica

del álgebra , Ngu & Phan (2022) señalan que el aprendizaje de ecuaciones lineales mejora cuando los estudiantes construyen analogías entre ecuaciones simples y más complejas.

Desde una perspectiva didáctica el concepto de ecuación lineal se comprende con mayor profundidad cuando se interpreta como una relación de equivalencia entre dos expresiones, el uso de modelos de balanza, representaciones gráficas y recursos digitales contribuye a que los estudiantes desarrollen estrategias de resolución con sentido matemático, los autores Qetrani et al. (2021) sostienen que la enseñanza basada en el concepto de equivalencia fortalece simultáneamente el conocimiento conceptual y procedimental sobre ecuaciones lineales.

Sistemas de ecuaciones lineales

Un sistema de ecuaciones lineales está conformado por dos o más ecuaciones de primer grado que comparten las mismas incógnitas y deben satisfacerse simultáneamente, su solución corresponde al conjunto de valores que hace verdaderas todas las ecuaciones al mismo tiempo, $a_1x+b_1y=c_1$; $a_2x+b_2y=c_2$, en el ámbito educativo este concepto fortalece la comprensión de relaciones entre variables y favorece la modelación de situaciones reales, los teóricos Otten et al. (2020) destacan que el estudio de sistemas lineales promueve el razonamiento algebraico mediante representaciones equivalentes y significativas.

La interpretación gráfica de un sistema de ecuaciones lineales permite identificar la solución como el punto de intersección entre dos rectas en el plano cartesiano, cuando las rectas se cortan existe una única solución si son paralelas no existe solución y si coinciden hay infinitas soluciones, esta representación visual facilita la comprensión conceptual antes de aplicar

algoritmos simbólicos, Jupri et al. (2020) evidencian que anticipar el pensamiento estudiantil mediante trayectorias de aprendizaje mejora la comprensión de sistemas de ecuaciones lineales de dos variables.

Los métodos algebraicos más utilizados para resolver sistemas lineales son sustitución, igualación y eliminación o reducción, cada procedimiento conserva la equivalencia entre ecuaciones y conduce progresivamente al valor de las incógnitas, la selección del método depende de la estructura del sistema y del nivel de dominio algebraico del estudiante, Widada et al. (2020) comprobaron que estrategias contextualizadas favorecen la superación de dificultades frecuentes en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

El aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales desarrolla competencias para analizar problemas cotidianos relacionados con costos, mezclas, movimientos y comparaciones entre magnitudes, su estudio también constituye una base importante para contenidos posteriores como matrices y modelación matemática, los autores Ngu & Phan (2022) sostienen que la enseñanza estructurada mediante analogías reduce la carga cognitiva y mejora la transferencia de procedimientos algebraicos complejos.

Métodos de resolución de sistemas

Los sistemas de ecuaciones lineales pueden resolverse mediante procedimientos algebraicos que permiten encontrar el valor de las incógnitas de manera exacta, entre los métodos más utilizados en la educación secundaria destacan la sustitución, la igualación y la eliminación, debido a su carácter sistemático y a su estrecha relación con el razonamiento algebraico, el teórico

Guzmán (2023) sostiene que el dominio de estos algoritmos favorece la comprensión estructural de los sistemas y fortalece la interpretación de las relaciones entre variables.

El método de sustitución consiste en despejar una variable en una de las ecuaciones y reemplazar esa expresión en la otra ecuación, este procedimiento reduce el sistema a una ecuación con una sola incógnita lo que simplifica el proceso de resolución, Jupri et al. (2020) evidencian que esta estrategia resulta especialmente adecuada cuando una de las variables ya se encuentra aislada o puede despejarse con facilidad, permitiendo a los estudiantes establecer conexiones entre expresiones equivalentes.

El método de igualación se aplica cuando ambas ecuaciones se despejan respecto de la misma variable, una vez obtenidas dos expresiones equivalentes, estas se igualan para determinar el valor de la incógnita restante, Rosa et al. (2020) destacan que esta técnica promueve la comprensión del principio de equivalencia algebraica y ayuda a los estudiantes a reconocer que distintas expresiones pueden representar la misma cantidad matemática.

El método de eliminación también denominado reducción busca cancelar una de las variables mediante la suma o resta de las ecuaciones, para lograrlo en ocasiones es necesario multiplicar previamente alguna ecuación por un número adecuado, los teóricos Alejo et al. (2020) afirman que esta estrategia desarrolla habilidades de manipulación simbólica y permite resolver sistemas de forma eficiente especialmente cuando los coeficientes facilitan la cancelación directa de términos semejantes.

Representación gráfica de sistemas de ecuaciones

La representación gráfica de un sistema de ecuaciones lineales consiste en trazar cada ecuación como una recta en el plano cartesiano e identificar el punto donde ambas se intersectan, ese punto representa el par ordenado que satisface simultáneamente las dos ecuaciones, Johnson (2022) destaca que la articulación entre representaciones algebraicas y gráficas fortalece la comprensión de las relaciones entre variables y favorece el razonamiento matemático.

Cuando dos rectas se cruzan en un único punto el sistema tiene una sola solución y se clasifica como compatible determinado, si las rectas son paralelas no existe intersección y el sistema carece de solución, los autores Kop et al. (2020) evidencian que la interpretación visual de las gráficas permite a los estudiantes relacionar la estructura simbólica de las ecuaciones con su comportamiento geométrico.

En los casos en que ambas rectas coinciden completamente el sistema posee infinitas soluciones porque todos sus puntos satisfacen las dos ecuaciones, esta situación se denomina compatible indeterminado y resulta útil para comprender la dependencia lineal entre ecuaciones, teórico Alejo et al. (2020) sostienen que el análisis gráfico facilita distinguir con claridad los distintos tipos de soluciones en sistemas lineales de 2×2.

La representación gráfica constituye una estrategia didáctica eficaz porque conecta el lenguaje algebraico con la visualización geométrica del problema, este enfoque permite verificar resultados obtenidos por métodos analíticos y desarrollar una comprensión más profunda del concepto de solución, el autor Johnson et al. (2020) afirman que los entornos digitales potencian

esta conversión entre registros y amplían las oportunidades para razonar sobre relaciones matemáticas.

Interpretación de soluciones

La interpretación de soluciones en sistemas de ecuaciones lineales constituye una habilidad fundamental para comprender el significado matemático de los resultados obtenidos, no basta con hallar valores numéricos para las incógnitas sino que es necesario analizar qué representan dentro del contexto algebraico y geométrico del problema, Rodríguez et al. (2022) demuestran que los estudiantes fortalecen su comprensión cuando relacionan la solución con el punto de intersección de las rectas y con el conjunto solución del sistema, esta interpretación favorece una visión más profunda y conceptual del álgebra.

Desde la perspectiva gráfica la solución de un sistema de dos ecuaciones lineales corresponde al punto donde ambas rectas se intersecan en el plano cartesiano, cuando existe un único punto de corte, el sistema tiene solución única y se clasifica como compatible determinado, el teórico Alejo et al. (2020) evidencian que la representación visual con herramientas digitales permite a los estudiantes interpretar con mayor claridad la relación entre el procedimiento algebraico y el resultado geométrico, esta conexión fortalece la comprensión del concepto de solución como correspondencia entre dos representaciones matemáticas.

La interpretación también incluye el análisis de sistemas sin solución o con infinitas soluciones, si las rectas son paralelas no existe punto de intersección y el sistema es incompatible, cuando las rectas coinciden todos sus puntos satisfacen simultáneamente ambas ecuaciones y el

sistema posee infinitas soluciones, Cárcamo et al. (2023) destacan que comprender estos casos permite superar la idea de que todo sistema debe tener una única respuesta numérica, este razonamiento amplía la comprensión estructural de los sistemas lineales.

La interpretación de soluciones adquiere mayor relevancia cuando los sistemas representan situaciones contextualizadas, como problemas de costos, edades o mezclas, en estos casos los valores obtenidos deben analizarse para determinar si son coherentes y plausibles dentro del contexto planteado, los teóricos Widada et al. (2020) concluyen que los estudiantes desarrollan una comprensión más sólida cuando explican el significado práctico de la solución y justifican su validez, esta práctica fortalece el pensamiento crítico y la capacidad de modelar matemáticamente situaciones reales.

Aplicaciones de los sistemas de ecuaciones en la vida real

Los sistemas de ecuaciones lineales permiten modelar situaciones reales en las que dos o más variables están relacionadas simultáneamente, su aplicación es frecuente en contextos como la economía, la ingeniería, la química y la administración, Assadi & Hibi (2022) evidencian que el uso de problemas contextualizados mejora la comprensión algebraica y facilita la conexión entre las matemáticas y la realidad cotidiana.

En el ámbito comercial los sistemas de ecuaciones se utilizan para determinar costos, ganancias y cantidades de productos vendidos, por ejemplo, permiten calcular cuántos artículos de distintos precios se compraron cuando se conoce el total de unidades y el monto pagado, Rani

(2022) destaca que las ecuaciones lineales ayudan a establecer relaciones entre variables y a resolver problemas de tasas, conversiones y balances financieros.

En ciencias e ingeniería los sistemas de ecuaciones son esenciales para analizar mezclas químicas, circuitos eléctricos y trayectorias físicas, estas herramientas permiten encontrar valores desconocidos a partir de restricciones simultáneas lo que resulta indispensable para la toma de decisiones técnicas, Remijan (2022) señala que la resolución de sistemas vinculados con situaciones concretas fortalece la comprensión funcional y el razonamiento matemático de los estudiantes.

En la vida cotidiana los sistemas de ecuaciones aparecen en problemas de edades, transporte, presupuestos y planificación de recursos, su estudio desarrolla la capacidad de representar situaciones reales mediante modelos matemáticos y de interpretar soluciones con sentido práctico, los autores Rodríguez et al. (2022) afirman que comprender el conjunto solución permite relacionar los resultados numéricos con decisiones concretas y contextualizadas.

Dificultades en el aprendizaje de ecuaciones

El aprendizaje de ecuaciones presenta dificultades frecuentes debido a la naturaleza abstracta del lenguaje algebraico y al uso de símbolos que representan cantidades desconocidas, muchos estudiantes muestran confusión al identificar variables, coeficientes y constantes, lo que limita la comprensión de la estructura de una ecuación, Setianingrum et al. (2020) evidencian que estas dificultades abarcan dimensiones conceptuales, procedimentales y metacognitivas del aprendizaje matemático.

La resolución de ecuaciones también se ve afectada por errores al traducir enunciados verbales a expresiones algebraicas y al aplicar propiedades matemáticas, Ying et al. (2020) destacan que los estudiantes suelen tener problemas para formular relaciones entre cantidades y para seleccionar estrategias adecuadas de solución, esta situación provoca respuestas mecánicas sin comprensión del significado de las operaciones realizadas.

En los sistemas de ecuaciones lineales las dificultades incluyen interpretar la relación entre dos ecuaciones y comprender el significado de la solución común, los autores Fatio et al. (2020) identifican errores asociados con concepciones erróneas, fallas en el razonamiento y debilidades en la interpretación gráfica y algebraica.

Las investigaciones pedagógicas muestran que estas dificultades pueden superarse mediante instrucción explícita, uso de representaciones múltiples y actividades contextualizadas, Namkung & Bricko (2021) demuestran que los estudiantes con dificultades matemáticas mejoran significativamente cuando combinan manipulativos, vocabulario algebraico y resolución guiada de ecuaciones, este enfoque fortalece la comprensión conceptual y favorece un aprendizaje más sólido y duradero.

Estrategias didácticas para la enseñanza de ecuaciones

La enseñanza de ecuaciones requiere estrategias didácticas que articulen comprensión conceptual, práctica guiada y resolución de problemas contextualizados, estas acciones favorecen que el estudiante interprete la incógnita como una cantidad desconocida y no solo como un símbolo abstracto, Ngu et al. (2023) demostraron mediante un estudio experimental que los métodos de

enseñanza estructurados mejoran significativamente la comprensión de ecuaciones lineales al reducir la carga cognitiva y fortalecer el razonamiento algebraico.

Una estrategia ampliamente recomendada consiste en utilizar múltiples métodos de resolución, como sustitución, igualación y eliminación para que los estudiantes comparen procedimientos y seleccionen el más conveniente, el autor Hämmerle (2023) sostiene que el análisis de diferentes caminos de solución promueve flexibilidad matemática y favorece discusiones de aula más profundas sobre las propiedades de las ecuaciones.

El planteamiento de problemas contextualizados constituye otra estrategia esencial para relacionar las ecuaciones con situaciones reales, Phương & An (2022) evidencian que la enseñanza contextual incrementa la competencia para resolver problemas y permite que los estudiantes atribuyan significado a las expresiones algebraicas, en este enfoque las ecuaciones se convierten en herramientas para modelar fenómenos cotidianos, económicos o científicos lo que incrementa la motivación y la transferencia del aprendizaje.

El uso de recursos tecnológicos y estrategias innovadoras complementa la enseñanza de ecuaciones al facilitar la visualización y la participación activa, los teóricos Lara-Andino et al. (2024) reportan que las estrategias neurodidácticas y el empleo de recursos dinámicos fortalecen la atención, la memoria y el razonamiento lógico en estudiantes de educación básica, la combinación de actividades interactivas, retroalimentación inmediata y representación gráfica favorece un aprendizaje más significativo y duradero de las ecuaciones lineales.

Uso de GeoGebra en la resolución de sistemas de ecuaciones

GeoGebra constituye una herramienta digital que facilita la resolución de sistemas de ecuaciones mediante la integración de representaciones algebraicas y gráficas en un mismo entorno, el estudiante puede ingresar dos o más ecuaciones y observar de manera inmediata el punto de intersección de las rectas lo cual corresponde a la solución del sistema, García-Lázaro & Martín-Nieto (2023) sostienen que este software fortalece simultáneamente la competencia matemática y la competencia digital del alumnado.

En los sistemas lineales de dos variables, GeoGebra permite comprobar visualmente si las rectas se cortan en un punto, si son paralelas o si coinciden, esta representación ayuda a interpretar cuándo un sistema es compatible determinado, incompatible o compatible indeterminado, los autores Souza & Vieira (2024) afirman que el uso de GeoGebra en la enseñanza de sistemas lineales mejora la comprensión de la relación entre las ecuaciones y su solución gráfica.

La plataforma también incorpora herramientas algebraicas y comandos automáticos como Solve e Intersect, los cuales permiten obtener soluciones exactas y contrastarlas con el análisis gráfico, esta combinación favorece la verificación de resultados y reduce errores de procedimiento, el Nugroho (2024) evidenció que el trabajo con GeoGebra en sistemas de ecuaciones lineales de dos variables fortaleció la capacidad de representación matemática de los estudiantes.

Desde una perspectiva didáctica GeoGebra transforma la resolución de sistemas de ecuaciones en una experiencia exploratoria e interactiva, los estudiantes manipulan coeficientes y

observan cómo cambian las rectas y sus puntos de intersección, construyendo significados más profundos sobre el comportamiento algebraico.

Relación entre ecuaciones y resolución de problemas

Las ecuaciones constituyen una representación simbólica que permite modelar relaciones cuantitativas presentes en situaciones problemáticas, en educación matemática su uso facilita que los estudiantes traduzcan datos verbales en expresiones algebraicas y estructuren procedimientos de solución, Verschaffel et al. (2020) sostienen que la resolución de problemas mejora cuando los alumnos logran vincular el contexto del enunciado con modelos matemáticos formales.

La formulación de ecuaciones exige identificar incógnitas, establecer relaciones entre cantidades y organizar la información disponible, este proceso favorece el razonamiento lógico y la estructuración del pensamiento algebraico, Ngu & Phan (2022) evidencian que el aprendizaje de ecuaciones lineales se potencia cuando los estudiantes reconocen analogías entre problemas y aplican estrategias sistemáticas de solución, de esta manera las ecuaciones se convierten en herramientas cognitivas que orientan la toma de decisiones matemáticas.

En los problemas contextualizados las ecuaciones permiten representar fenómenos reales como costos, mezclas, distancias o repartos proporcionales, esta modelación matemática favorece la transferencia del conocimiento escolar a situaciones cotidianas y académicas, los teóricos Phương & An (2022) afirman que la enseñanza contextual de ecuaciones incrementa significativamente la competencia para resolver problemas al promover que los estudiantes comprendan el significado de las variables y las operaciones involucradas.

La relación entre ecuaciones y resolución de problemas también implica la interpretación y validación de las soluciones obtenidas, una respuesta algebraica solo es útil cuando el estudiante verifica su coherencia con las condiciones del problema, los autores Ngu & Phan (2022) destacan que la experiencia en resolución de problemas se desarrolla cuando los alumnos justifican cada paso y explican el significado del resultado final, por ello el estudio de ecuaciones contribuye al desarrollo de competencias analíticas y reflexivas fundamentales en matemáticas.

Pensamiento algebraico en estudiantes

El pensamiento algebraico en estudiantes se define como la capacidad de identificar patrones, establecer relaciones entre cantidades y expresar generalizaciones mediante símbolos y representaciones matemáticas, esta forma de razonamiento permite trascender el cálculo aritmético para comprender estructuras y regularidades, Eriksson & Eriksson (2021) sostienen que el pensamiento algebraico emerge cuando los estudiantes analizan relaciones y construyen significados sobre variables y equivalencias en diversos contextos.

El desarrollo del pensamiento algebraico favorece la generalización de propiedades numéricas y la formulación de reglas que explican comportamientos matemáticos, los estudiantes que fortalecen esta habilidad logran interpretar expresiones simbólicas con mayor sentido conceptual, los teóricos Chimoni et al. (2021) demostraron que las tareas abiertas y contextualizadas promueven avances significativos en aritmética generalizada, pensamiento funcional y modelación matemática.

En el ámbito escolar el pensamiento algebraico se manifiesta cuando los estudiantes comparan expresiones, justifican transformaciones y representan relaciones mediante letras y ecuaciones, estas acciones permiten comprender el álgebra como un lenguaje para describir regularidades, Silviani et al. (2020) evidenciaron que los estudiantes de educación básica mejoran su capacidad de generación, transformación y razonamiento global al trabajar con estrategias activas de aprendizaje.

El fortalecimiento del pensamiento algebraico constituye una base esencial para la resolución de ecuaciones, la modelación y la interpretación de situaciones reales, cuando los estudiantes desarrollan esta competencia pueden establecer conexiones entre representaciones numéricas, gráficas y simbólicas con mayor profundidad, los autores Bråting & Kilhamn (2021) afirman que el pensamiento algebraico integra procesos de abstracción y estructuración que permiten abordar problemas matemáticos y tecnológicos de manera más eficiente.

Importancia de las ecuaciones en la educación secundaria

Las ecuaciones ocupan un lugar central en la educación matemática porque permiten representar relaciones entre cantidades y resolver situaciones de manera estructurada, su estudio fortalece la comprensión del lenguaje simbólico y la capacidad de generalizar patrones, Kop et al. (2021) afirman que el trabajo con fórmulas y ecuaciones desarrolla el sentido simbólico, habilidad esencial para interpretar y manipular expresiones algebraicas con significado.

En el ámbito escolar las ecuaciones favorecen el razonamiento lógico al exigir que los estudiantes establezcan equivalencias y justifiquen cada transformación realizada, este proceso

contribuye a una comprensión más profunda de los principios matemáticos, los autores Otten et al. (2020) demostraron que el uso del modelo de balanza en la enseñanza de ecuaciones lineales mejora significativamente el razonamiento algebraico y la comprensión del concepto de igualdad.

La enseñanza de ecuaciones también resulta fundamental porque conecta las matemáticas con la resolución de problemas contextualizados en la vida cotidiana y en otras disciplinas, los estudiantes aprenden a traducir situaciones reales al lenguaje algebraico y a interpretar sus resultados, Usdiyana et al. (2020) evidencian que las secuencias didácticas basadas en ecuaciones lineales hacen el aprendizaje más significativo y facilitan la construcción de conceptos abstractos.

La importancia educativa de las ecuaciones radica, finalmente en que constituyen la base para el desarrollo del pensamiento algebraico y para estudios posteriores en ciencias, tecnología e ingeniería, su dominio permite analizar relaciones funcionales, modelar fenómenos y argumentar con precisión, los autores Chimoni et al. (2021) sostienen que el trabajo sistemático con tareas algebraicas fortalece la capacidad de generalizar, representar y justificar relaciones matemáticas en distintos contextos.

6.2.Teoría legal

Para sustentar jurídicamente la presente investigación se consideraron diversos cuerpos normativos que establecen los principios, derechos, garantías y obligaciones que rigen la vida social y el accionar del Estado, entre ellos se priorizaron aquellas disposiciones relacionadas con el ámbito educativo debido a su relevancia para comprender el marco regulatorio que orientó los procesos de enseñanza, aprendizaje y protección integral de los estudiantes.

En este contexto se analizaron las disposiciones contenidas en la Constitución de la República del Ecuador, la Ley Orgánica de Educación Intercultural, el Código de la Niñez y Adolescencia y el Reglamento de la Unidad de Integración Curricular de la Universidad Estatal de Bolívar por constituir instrumentos legales fundamentales que garantizaron el derecho a la educación y promovieron el desarrollo integral de niñas, niños y adolescentes dentro del sistema educativo ecuatoriano.

Constitución de la República del Ecuador 2008

Art. 26.- La educación es un derecho que acompaña a las personas durante toda su vida y representa una obligación fundamental e ineludible del Estado. Es una prioridad dentro de las políticas públicas y de la inversión estatal, ya que asegura la equidad, la inclusión social y es esencial para alcanzar el buen vivir. Tanto los individuos como las familias y la sociedad en su conjunto tienen el derecho y la responsabilidad de involucrarse activamente en el proceso educativo (Constitución de La República Del Ecuador, 2008, p. 17).

Art. 27.- La educación tendrá como eje central al ser humano, promoviendo su desarrollo integral dentro de un marco de respeto a los derechos humanos, al ambiente sostenible y a los principios democráticos. Será inclusiva, obligatoria, intercultural, participativa, democrática, diversa, de calidad y con trato humano. Fomentará la equidad de género, la justicia social, la solidaridad y la convivencia pacífica. Además, potenciará el pensamiento crítico, el arte, la actividad física, la iniciativa individual y colectiva, así como el desarrollo de habilidades y competencias para la creación y el trabajo (Constitución de La República Del Ecuador, 2008, p. 17).

Art. 28.- La educación deberá servir al interés colectivo y no a fines particulares o de grupos corporativos. Se asegurará el acceso universal, la permanencia, la movilidad y la culminación del proceso educativo sin ningún tipo de discriminación, siendo obligatoria en los niveles de educación inicial, básica y bachillerato o sus equivalentes (Constitución de La República Del Ecuador, 2008, p. 17).

Art. 349.- El Estado asegurará al personal docente, en todos los niveles y modalidades educativas, condiciones de estabilidad laboral, oportunidades de actualización, formación continua y mejora en sus prácticas pedagógicas y conocimientos académicos. Se garantizará una remuneración justa, basada en su grado de profesionalización, desempeño y méritos académicos. La normativa legal regulará la carrera docente y su escalafón, además de definir un sistema nacional para evaluar su desempeño y establecer políticas salariales en todos los niveles. También se implementarán políticas que promuevan la promoción, movilidad y rotación del personal docente (Constitución de La República Del Ecuador, 2008, p. 169).

Ley Orgánica de Educación Intercultural Bilingüe 2017

Art. 4.- Derecho a la educación. La educación es un derecho humano fundamental - garantizado en la Constitución de la República y condición necesaria para la realización de los otros derechos humanos (Ley Orgánica de Educación Intercultural, 2017, p. 15).

Art. 11.- Obligaciones. Las y los docentes tienen las siguientes obligaciones: b. Ser actores fundamentales en una educación pertinente, de calidad y calidez con las y los estudiantes a su cargo (Ley Orgánica de Educación Intercultural, 2017, p. 22).

Art. 39.- La educación escolarizada. - Tiene tres niveles: nivel de educación inicial, nivel de educación básico y nivel de educación bachillerato (Ley Orgánica de Educación Intercultural, 2017, p. 38).

Código de la Niñez y la Adolescencia 2014

Art. 37.- Derecho a la educación. Todos los niños, niñas y adolescentes tienen el derecho a recibir una educación de calidad. 4. El sistema educativo debe asegurar la disponibilidad de docentes, materiales didácticos, laboratorios, espacios físicos, infraestructura y recursos apropiados, así como un entorno propicio para el aprendizaje. Este derecho también abarca el acceso real a la educación inicial desde los cero hasta los cinco años, por lo cual se deberán implementar programas y proyectos flexibles, inclusivos y adaptados a las características culturales de los estudiantes (Código de La Niñez y La Adolescencia, 2014, p. 4).

Reglamento de la unidad de integración curricular de la universidad estatal de Bolívar

Art.9.- Ingreso a la Unidad de Integración Curricular. - Para que el estudiante ingrese a las unidades de integración curricular deberá:

a. Haber aprobado todas las asignaturas del proyecto curricular del nivel inmediato inferior al que se imparte de las Unidades de Integración Curricular.
b. Haber aprobado los niveles de idiomas establecidos por el Departamento de Idiomas.

Art.10.- Aprobación de la Unidad de Integración Curricular. La aprobación de la Unidad de Integración Curricular se realizará a través de las siguientes opciones:

a. El desarrollo de un trabajo de integración curricular; o
b. La aprobación de un examen de grado de carácter compresivo en donde el estudiante deberá demostrar el manejo integral de los conocimientos adquiridos a lo largo de su formación. La Unidad de Integración Curricular, tendrá una escala de aprobación Cuantitativo y cualitativo (Mayor o igual a siete (7) Aprobado - Menor que siete (7) Reprobado), el mismo que será registrado por las secretarias de carrera una vez emitida el Acta de grado.

6.3. Teoría referencial

Mapa

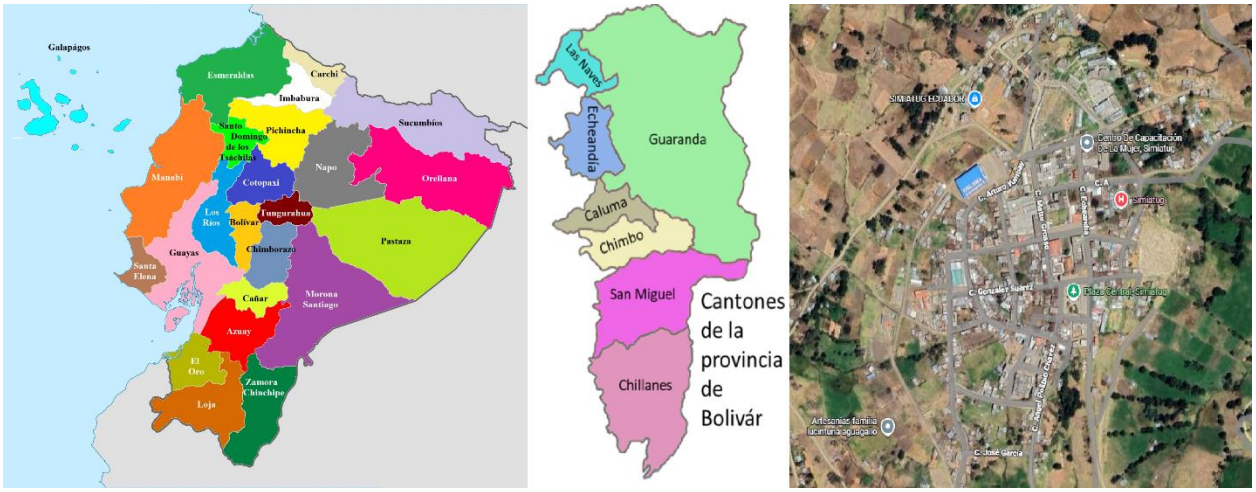


Ilustración 1: Ubicación geográfica parroquia Simiatug

Fuente: Gobierno Autónomo Descentralizado del cantón Guaranda

La presente investigación se desarrolló en la Unidad Educativa Félix Granja, institución ubicada en la parroquia Simiátug del cantón Guaranda, provincia Bolívar, esta institución forma parte del sistema educativo ecuatoriano y atendió a estudiantes del Bachillerato General Unificado (BGU).

Desde una perspectiva histórica la educación matemática ecuatoriana experimenta diversos procesos de transformación orientados al fortalecimiento de competencias analíticas, lógicas y de resolución de problemas, en este contexto la incorporación de herramientas tecnológicas adquirió relevancia dentro de las prácticas educativas, especialmente aquellas destinadas a facilitar la comprensión de contenidos abstractos mediante representaciones dinámicas e interactivas, entre

estas herramientas destacó GeoGebra software ampliamente utilizado en la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

La población objeto de estudio estuvo constituida por los estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa “Félix Granja” durante el período académico 2025-2026, este grupo presentó la necesidad de fortalecer habilidades relacionadas con el análisis matemático y la resolución de problemas complejos, particularmente en el tema de sistemas de ecuaciones lineales contenido fundamental para el desarrollo del pensamiento algebraico y el razonamiento lógico.

Diversas investigaciones evidenciaron los beneficios del uso de GeoGebra en el aprendizaje matemático, los autores Arias & Rivadeneira (2024) determinaron que la utilización de este software favoreció la construcción significativa del conocimiento matemático mediante recursos visuales e interactivos, facilitando la comprensión de conceptos complejos.

De manera similar los teóricos Cartini et al. (2024) analizaron la implementación de GeoGebra en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales en dos variables concluyendo que las representaciones gráficas dinámicas contribuyeron a mejorar la comprensión conceptual y la capacidad de interpretación de los procedimientos matemáticos por parte de los estudiantes.

Por otra parte, los autores Iventri et al. (2026) exploraron los procesos de pensamiento crítico en estudiantes que resolvieron sistemas de ecuaciones lineales mediante GeoGebra, los resultados mostraron que el software promovió procesos de razonamiento, análisis e interpretación más profundos durante la resolución de problemas matemáticos complejos.

A pesar de los aportes encontrados en la literatura científica se identificó un vacío investigativo relacionado con la incidencia específica de GeoGebra en la capacidad de análisis y resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado dentro del contexto educativo ecuatoriano, aunque las investigaciones previas abordaron el aprendizaje matemático y el desarrollo del pensamiento crítico mediante herramientas tecnológicas, fueron escasos los estudios centrados en esta población y temática particular, por esta razón la presente investigación buscó generar evidencia que permitiera comprender el impacto de GeoGebra en el fortalecimiento de dichas capacidades dentro de la Unidad Educativa "Félix Granja".

7. MARCO METODOLÓGICO

7.1. Enfoque de la investigación

Según el enfoque: Enfoque cuantitativo es aquel en la que se recogen y analizan datos cuantitativos sobre variables y estudia las propiedades y fenómenos cuantitativos (Reinoso, 2019).

En la presente investigación tuvo un enfoque cuantitativo porque se basa en el uso de datos numéricos y estadísticas para analizar y medir el nivel de conocimientos que posee la población en estudio con respecto a las ecuaciones lineales.

Según el tiempo: El estudio Transversal es un tipo de investigación observacional que analiza datos de variables recopiladas en un periodo de tiempo sobre una población muestra o subconjunto predefinido. Este tipo de estudio también se conoce como estudio de corte transversal, estudio transversal y estudio de prevalencia (Lema, 2020).

La investigación fue de carácter transversal, porque se analizaron los datos de las variables recopiladas en un periodo de tiempo determinado sobre una población predefinida.

Nivel de Investigación: Investigación descriptiva se encarga de analiza las características de una población o fenómeno sin entrar a conocer las relaciones entre ellas (Ruiz, 2019).

La investigación fue de carácter descriptivo porque se buscó describir acerca de la problemática identificada y las categorías fundamentales como datos y características de la variable y la población, los cuales permitió evidenciar el problema de estudio, se ajustó a la realidad del contexto de la Unidad Educativa "Félix Granja", de forma sistemática y empírica.

7.2. Diseño o tipo de estudio

El diseño no experimental es aquel que se realiza sin manipular deliberadamente variables. Se basa fundamentalmente en la observación de fenómenos tal y como se dan en su contexto natural para después analizarlos (Delgado, 2020).

Dado al objetivo se elaborará una guía para la enseñanza de las derivadas reales, con un manejo adecuado del software GeoGebra para lo cual se acude a un diseño no experimental, ya que no existe la manipulación de las variables observando el fenómeno tal y como se encontró.

7.3. Métodos

Método analítico: Es un procedimiento que descompone un todo en sus elementos básicos y, por tanto, que va de lo general a lo específico. También es posible concebirlo también como un camino que parte de los fenómenos para llegar a las leyes, es decir, de los efectos a las causas

(Palacios, 2020, p. 14). Con este método se analizará las herramientas que se emplearan para el desarrollo de la guía con el software GeoGebra para el aprendizaje de ecuaciones lineales.

7.4. Técnicas e Instrumentos de Investigación

Técnicas – Encuesta: Es una técnica de gran utilidad en la investigación cuantitativa para recabar datos de la población en estudio, para ello el investigador recopiló información mediante un cuestionario previamente diseñado, con la finalidad de recabar información sobre el aprendizaje de ecuaciones lineales incorporando el uso del software GeoGebra.

Instrumento - Cuestionario: El instrumento que se va a emplear está dirigido a los objetivos planteados, permitiendo la recolección de datos para el desarrollo de la presente investigación.

7.5. Universo y muestra

Universo: El universo es el conjunto de personas u objetos de los que se desea conocer algo en una investigación (López, 2019).

En la presente investigación el universo está conformada por los estudiantes de primer año de BGU de la Unidad Educativa “Feliz Granja” prestando una cantidad de 24 estudiantes.

Muestra: La muestra es un subconjunto o parte del universo o población en que se llevará a cabo la investigación (López, 2019).

Debido a que la población objeto de estudio no fue numerosa y considerando el criterio metodológico del investigador, se decidió trabajar con la totalidad de los integrantes del universo,

en consecuencia, se empleó una muestra censal lo que permitió obtener información completa y representativa para el desarrollo de la investigación.

7.6. Procesamiento de la información

Una vez aplicada la encuesta a los estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado (BGU) la información obtenida fue organizada y registrada en una hoja de cálculo de Excel para su respectivo procesamiento, durante esta etapa se elaboraron tablas de frecuencia que permitieron presentar los datos de manera ordenada y estructurada, facilitando su comprensión, también se generaron gráficos estadísticos que contribuyeron a una mejor visualización e interpretación de la información recopilada.

Posteriormente los resultados procesados en Excel fueron transferidos al documento de Word para realizar su correspondiente análisis e interpretación, el procesamiento de los datos constituyó una etapa fundamental de la investigación ya que permitió comprender de manera más precisa la situación académica de los estudiantes y obtener información relevante para el desarrollo del estudio.

8. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Encuesta a estudiantes

PREGUNTA N° 1 ¿Con qué frecuencia el docente utiliza el software GeoGebra en las clases de matemáticas para trabajar problemas complejos con sistemas de ecuaciones?

Tabla 1: Frecuencia de utilizar el software GeoGebra

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0.00%
Casi siempre	7	29.17%
De vez en cuando	14	58.33%
Nunca	3	12.50%
Total	24	100.00%

Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

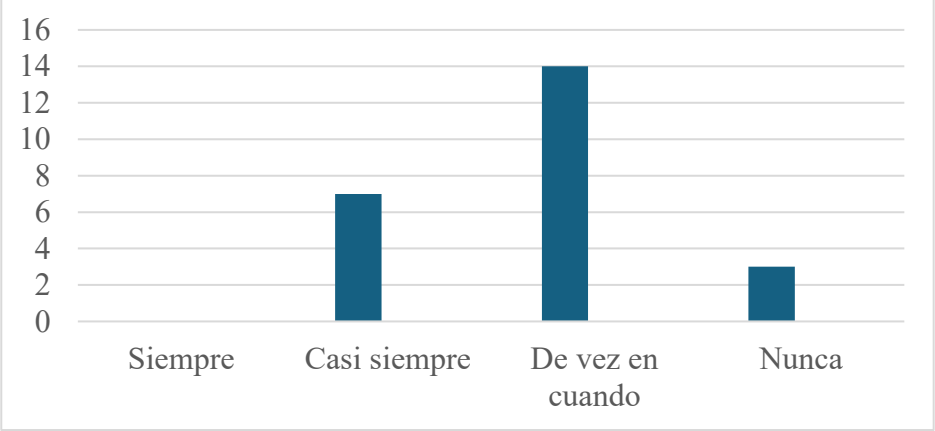


Gráfico 1: Frecuencia de utilizar el software GeoGebra

Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

Interpretación de resultados: La distribución de respuestas indica que ningún estudiante 0,0 % considera que el docente utiliza siempre el software GeoGebra en las clases de matemáticas para trabajar problemas complejos con sistemas de ecuaciones, en cambio el 29,17 % señaló que el docente lo utiliza casi siempre, mientras que la mayoría correspondiente al 58,33 %, manifestó que su uso ocurre de vez en cuando, por otra parte, el 12,50 % indicó que nunca se emplea esta herramienta durante las clases.

PREGUNTA N°2 ¿Cuándo el profesor da la clase, ¿sientes que su forma de explicar debería apoyarse en GeoGebra para ayudarte a entender mucho mejor el tema de problemas complejos con sistemas de ecuaciones?

Tabla 2: Apoyo entre docente y alumno para entender GeoGebra

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	1	4.17%
Casi siempre	7	29.17%
De vez en cuando	8	33.33%
Nunca	8	33.33%
Total	24	100.00%

Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

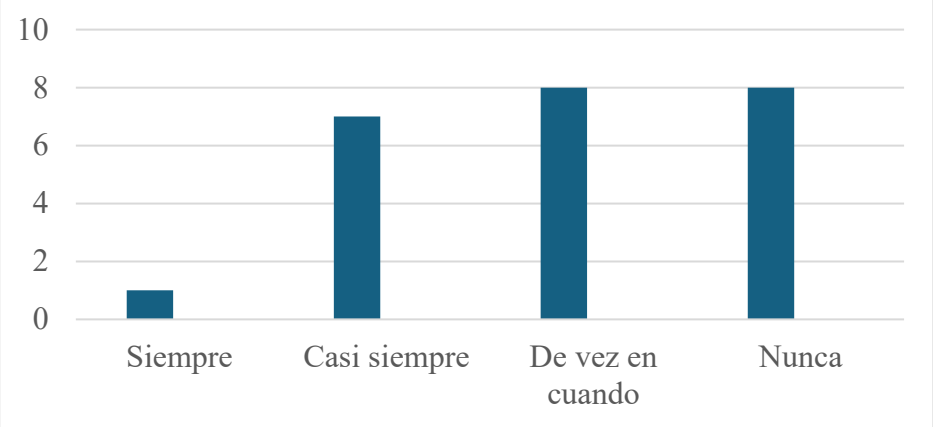


Gráfico 2: Apoyo entre docente y alumno para entender GeoGebra
Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

Interpretación de resultados: La distribución de respuestas muestra que el 4,17 % de los estudiantes considera que siempre la forma de explicar del docente debería apoyarse en GeoGebra para comprender mejor los problemas complejos con sistemas de ecuaciones, mientras que el 29,17 % manifestó que esto debería ocurrir casi siempre, por otro lado, el 33,33 % indicó que solo de vez en cuando sería necesario este apoyo tecnológico y otro 33,33 % señaló que nunca lo considera necesario.

PREGUNTA N° 3 ¿La forma en que el docente plantea los ejercicios de problemas complejos en clase estimula el desarrollo de habilidades metodológicas para encontrar soluciones utilizando el software?

Tabla 3: Habilidades metodológicas

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0.00%
Casi siempre	10	41.67%
De vez en cuando	12	50.00%
Nunca	2	8.33%
Total	24	100.00%

Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

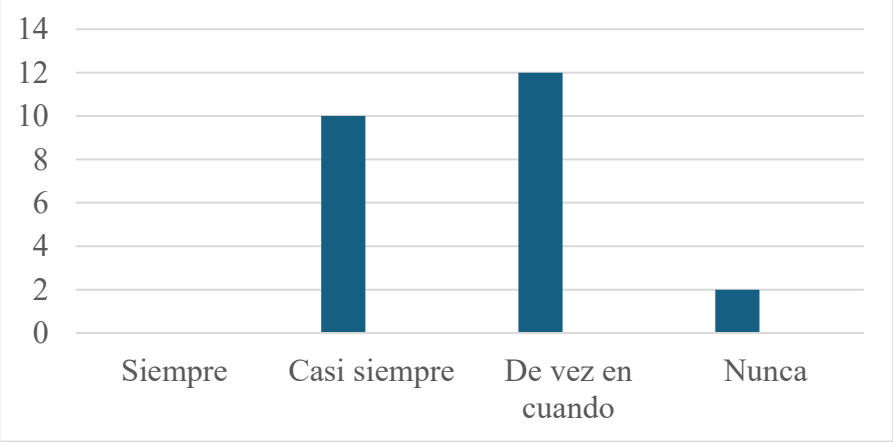


Gráfico 3: Habilidades metodológicas
Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

Interpretación de resultados: La distribución de respuestas evidencia que ningún estudiante 0,00 % considera que siempre la forma en que el docente plantea los ejercicios de problemas complejos estimula el desarrollo de habilidades metodológicas para encontrar soluciones utilizando software, sin embargo el 41,67 % manifestó que esto ocurre casi siempre, mientras que la mayoría correspondiente al 50,00 % indicó que sucede de vez en cuando, por otra

parte el 8,33 % señaló que nunca percibe este estímulo durante el desarrollo de las actividades en clase. evidencia la necesidad de reforzar estrategias didácticas orientadas al uso más frecuente y efectivo de estas herramientas.

PREGUNTA N°4 Cuando te confundes, te trabas o no sabes cómo usar alguna herramienta de GeoGebra durante la clase, ¿el docente se acerca a ayudarte y resuelve tus dudas?

Tabla 4: Uso de herramientas

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0.00%
Casi siempre	12	50.00%
De vez en cuando	8	33.33%
Nunca	4	16.67%
Total	24	100.00%

Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

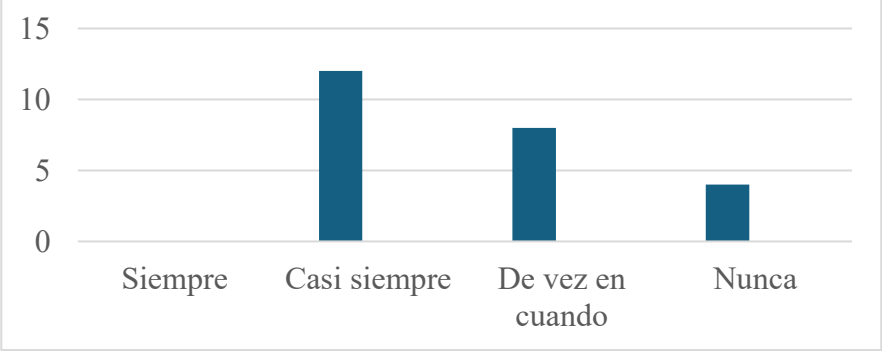


Gráfico 4: Uso de herramientas
Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

Interpretación de resultados: La distribución de respuestas indica que ningún estudiante 0,00 % considera que el docente siempre se acerca a ayudar y resolver las dudas cuando presenta dificultades en el uso de alguna herramienta de GeoGebra durante la clase, no obstante la mitad de los encuestados correspondiente al 50,00 % manifestó que esto ocurre casi siempre, mientras que el 33,33 % señaló que sucede de vez en cuando, por otra parte el 16,67 % indicó que nunca recibe este tipo de apoyo por parte del docente,

PREGUNTA N° 5 ¿Como estudiante, considera útil la implementación de herramientas didácticas basadas en la tecnología para el aprendizaje de resolución de problemas complejos con ecuaciones?

Tabla 5: Herramientas didácticas basadas en la tecnología

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	3	12.50%
Casi siempre	10	41.67%
De vez en cuando	11	45.83%
Nunca	0	0.00%
Total	24	100.00%

Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

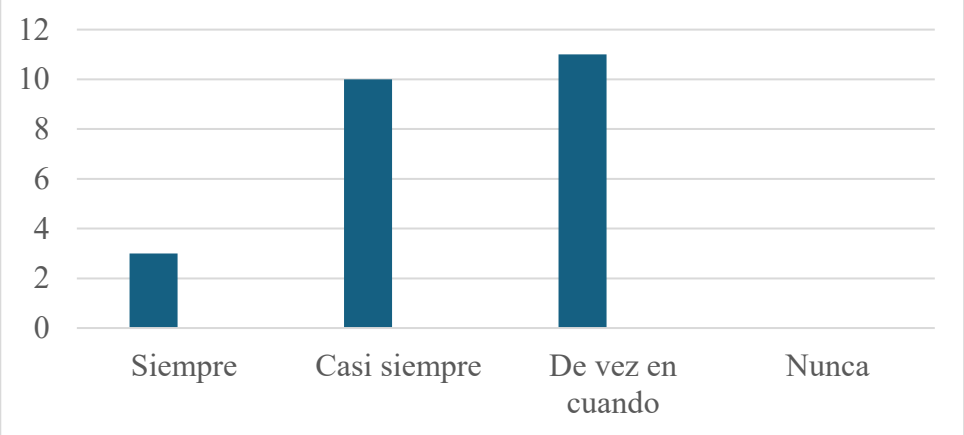


Gráfico 5: Herramientas didácticas basadas en la tecnología
Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

Interpretación de resultados: La distribución de respuestas muestra que el 12,50 % de los estudiantes considera que siempre es útil la implementación de herramientas didácticas basadas en la tecnología para el aprendizaje de la resolución de problemas complejos con ecuaciones, mientras que el 41,67 % manifestó que esto ocurre casi siempre, asimismo el 45,83 % indicó que dicha utilidad se presenta de vez en cuando y ningún estudiante 0,00 % señaló que nunca sean útiles estas herramientas.

PREGUNTA N°6 ¿Puedes abrir y usar GeoGebra fácilmente desde tu celular, tablet o computadora cuando necesitas hacer tus deberes fuera del colegio?

Tabla 6: Uso de GeoGebra desde dispositivos móviles

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0.00%
Casi siempre	6	25.00%
De vez en cuando	11	45.83%
Nunca	7	29.17%
Total	24	100.00%

Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

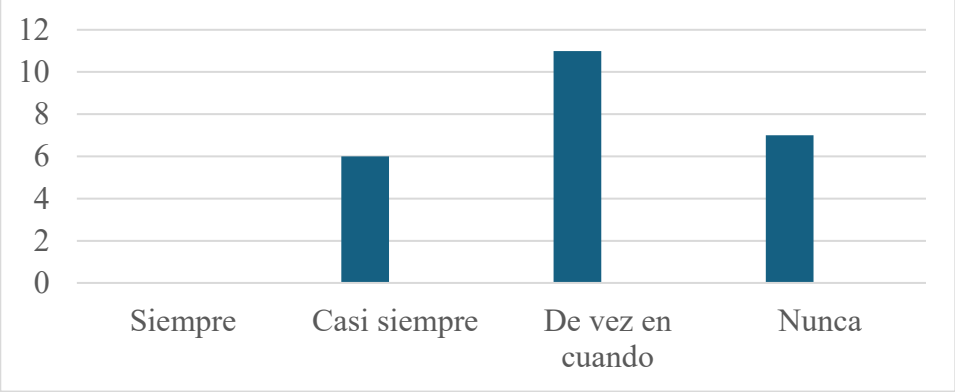


Gráfico 6: Uso de GeoGebra desde dispositivos móviles
Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

Interpretación de resultados: La distribución de respuestas indica que ningún estudiante 0,00 % considera que siempre puede abrir y utilizar GeoGebra fácilmente desde su celular, tablet o computadora para realizar sus tareas fuera del colegio, por otro lado el 25,00 % manifestó que puede hacerlo casi siempre, mientras que la mayoría correspondiente al 45,83 % señaló que solo

lo logra de vez en cuando, asimismo un 29,17 % indicó que nunca puede acceder o utilizar esta herramienta con facilidad fuera del entorno escolar.

PREGUNTA N°7 ¿La manera en que el profesor organiza los ejercicios cuando utiliza GeoGebra hace que te interese más la clase de matemáticas y te animes a participar?

Tabla 7: Uso del GeoGebra en el aula de clase

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	1	4.17%
Casi siempre	7	29.17%
De vez en cuando	11	45.83%
Nunca	5	20.83%
Total	24	100.00%

Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

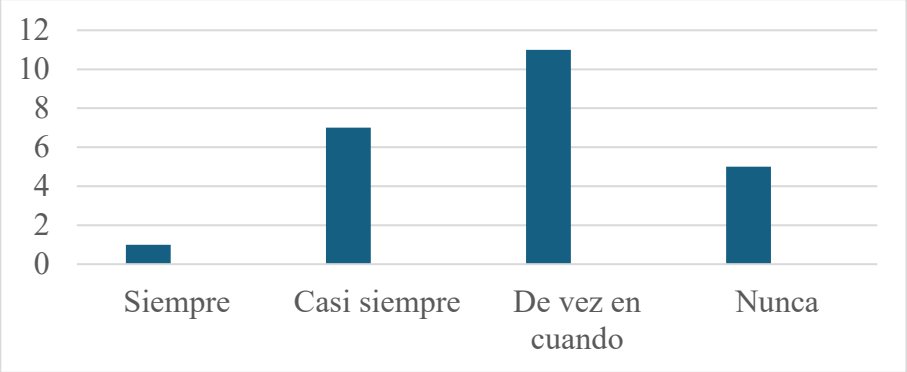


Gráfico 7: Uso del GeoGebra en el aula de clase
Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

Interpretación de resultados: La distribución de respuestas muestra que el 4,17 % de los estudiantes considera que siempre la manera en que el profesor organiza los ejercicios utilizando GeoGebra incrementa su interés por la clase de matemáticas y los motiva a participar, asimismo el 29,17 % manifestó que esto ocurre casi siempre, mientras que la mayoría correspondiente al 45,83 %, indicó que sucede de vez en cuando, por otra parte el 20,83 % señaló que nunca experimenta un mayor interés o motivación debido a la organización de los ejercicios con esta herramienta.

PREGUNTA N° 8 ¿El uso de GeoGebra permite comprobar los resultados obtenidos de forma manual y corregir errores de manera ágil y eficiente?

Tabla 8: Comprobación de resultados

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0.00%
Casi siempre	13	54.17%
De vez en cuando	8	33.33%
Nunca	3	12.50%
Total	24	100.00%

Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

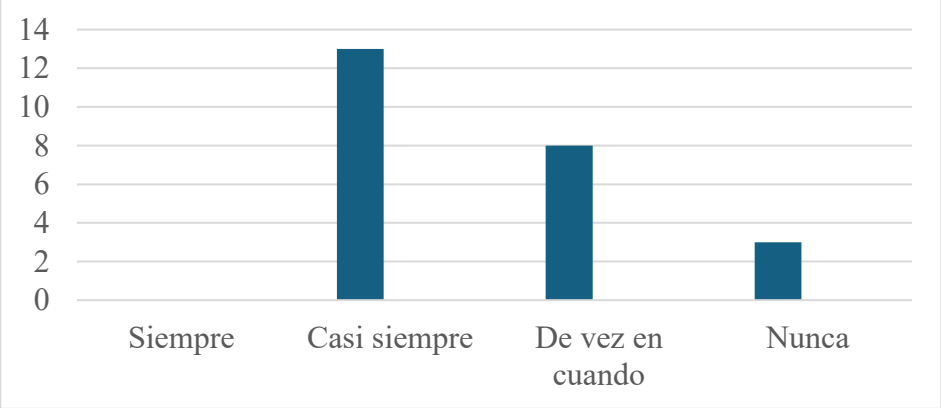


Gráfico 8: Comprobación de resultados
Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

Interpretación de resultados: La distribución de respuestas indica que ningún estudiante 0,00 % considera que el uso de GeoGebra siempre permite comprobar los resultados obtenidos de forma manual y corregir errores de manera ágil y eficiente, sin embargo la mayoría de los encuestados correspondiente al 54,17 %, manifestó que esto ocurre casi siempre, mientras que el 33,33 % señaló que sucede de vez en cuando, por otra parte el 12,50 % indicó que nunca percibe este beneficio al utilizar la herramienta.

PREGUNTA N° 9 ¿Ver las líneas (rectas) y el punto donde se cruzan en la pantalla de GeoGebra te ayuda a entender mejor cuál es la respuesta del problema?

Tabla 9: Línea recta y punto doble

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	1	4.17%
Casi siempre	10	41.67%
De vez en cuando	11	45.83%
Nunca	2	8.33%
Total	24	100.00%

Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

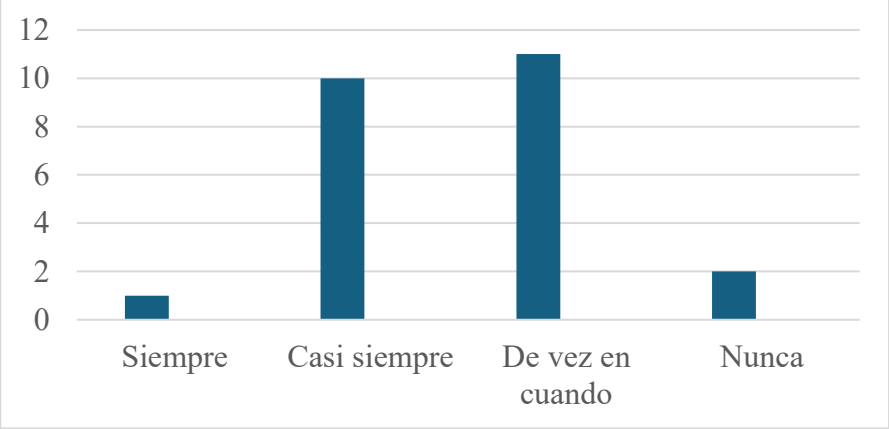


Gráfico 9: Línea recta y punto doble
Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

Interpretación de resultados: La distribución de respuestas muestra que el 4,17 % de los estudiantes considera que siempre visualizar las rectas y el punto donde se intersecan en la pantalla de GeoGebra les ayuda a comprender mejor la respuesta de un problema, asimismo el 41,67 % manifestó que esto ocurre casi siempre, mientras que la mayoría correspondiente al 45,83 %, indicó

que sucede de vez en cuando, por otra parte, el 8,33 % señaló que nunca percibe esta ayuda al utilizar la herramienta.

PREGUNTA N° 10 Cuando un problema de problemas complejos con ecuaciones es largo o difícil, ¿sientes que GeoGebra te facilita el trabajo para encontrar la solución?

Tabla 10: Problemas complejos con ecuaciones

Categoría	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	1	4.17%
Casi siempre	9	37.50%
De vez en cuando	12	50.00%
Nunca	2	8.33%
Total	24	100.00%

Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

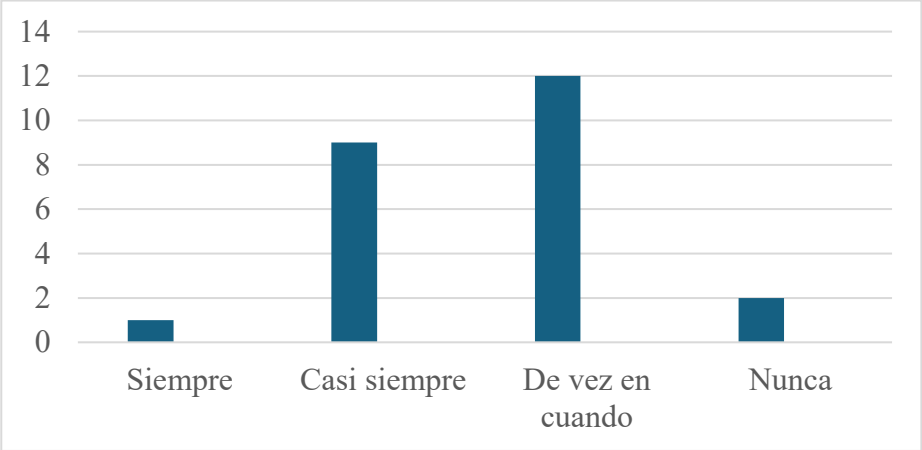


Gráfico 10: Problemas complejos con ecuaciones
Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

Interpretación de resultados: La distribución de respuestas indica que el 4,17 % de los estudiantes considera que GeoGebra siempre facilita el trabajo para encontrar la solución cuando se enfrentan a problemas complejos con ecuaciones que son largos o difíciles, asimismo el 37,50 % manifestó que esta ayuda se presenta casi siempre, mientras que la mitad de los encuestados correspondiente al 50,00 %, señaló que ocurre de vez en cuando, por otra parte el 8,33 % indicó que nunca percibe que esta herramienta facilite la resolución de este tipo de problemas.

9. CONCLUSIONES

La presente investigación permitió determinar que el uso del software GeoGebra incide favorablemente en el desarrollo de la capacidad de análisis y resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales en los estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa "Félix Granja" durante el periodo académico 2025-2026, los resultados obtenidos evidenciaron que la incorporación de esta herramienta tecnológica contribuye a fortalecer la comprensión de los procedimientos matemáticos y a mejorar el razonamiento lógico requerido para la solución de situaciones problemáticas.

Así mismo mediante el diagnóstico realizado se identificó el nivel de conocimientos y habilidades que poseen los estudiantes para resolver problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales, evidenciándose la necesidad de implementar estrategias metodológicas innovadoras que favorezcan una mayor comprensión de los contenidos y un aprendizaje más significativo.

De igual manera, el análisis y la fundamentación teórica permitieron establecer que las estrategias didácticas basadas en el uso de GeoGebra constituyen una alternativa eficaz para promover una interpretación crítica de los problemas planteados, facilitando la representación gráfica y la comprensión de los diferentes métodos de solución, lo que repercute positivamente en el desempeño académico de los estudiantes.

El diseño de una guía didáctica apoyada en el software GeoGebra representa una propuesta pertinente e innovadora para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales, proporcionando a docentes y estudiantes un recurso que favorece el desarrollo

de habilidades analíticas y la resolución de problemas complejos, en consecuencia la integración de herramientas tecnológicas en el ámbito educativo constituye un elemento fundamental para mejorar la calidad del aprendizaje y responder a las demandas de una educación acorde con los desafíos actuales.

10. PROPUESTA

Guía para el aprendizaje de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales para los estudiantes de Primer año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa "Félix Granja"

1. Datos Informativos

- ✓ **Provincia**: Bolivar
- ✓ **Cantón**: Guaranda
- ✓ **Sector**: Rural
- ✓ **Institución**: Unidad Educativa "Félix Granja"
- ✓ **Tipo de plantel educativo**: Fiscal
- ✓ **Sección**: Matutina
- ✓ **Número de estudiantes de la Unidad Educativa**: 450
- ✓ **Tamaño de la muestra:** 24 estudiantes de primero BGU

2. Tiempo de Duración de la Propuesta

La aplicación de la propuesta tendrá una duración de 1 semana durante el periodo lectivo 2025-2026.

3. Costo Estimado de la Implementación de la Propuesta

Tabla 11: Costo estimado de implementación de la propuesta

DESCRIPCIÓN	VALOR
Copias de documentos	3.00
Impresión de la guía	5.00
Diseño gráfico del documento	10.00
Total	**18.00**

Fuente: Encuesta
Elaborado por: Sandoval, C. (2026)

4. Antecedentes de la Propuesta

En el contexto educativo de Bachillerato General Unificado, el aprendizaje de las matemáticas desempeña un papel fundamental para el desarrollo de habilidades analíticas y la comprensión de conceptos matemáticos avanzados. Los problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales son un tema central en el aprendizaje del algebra y su dominio es esencial para el futuro académico de los estudiantes.

La resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales son herramientas matemáticas esenciales en diversas disciplinas, incluyendo física, economía, ingeniería, y ciencias computacionales. Su comprensión y aplicación nos permiten encontrar respuestas a ejercicios planteados, aspecto crucial en la resolución de problemas del mundo real.

GeoGebra es un software ampliamente utilizado en ingeniería, ciencias y matemáticas, permitiendo el análisis, visualización y solución de problemas complejos. La incorporación de

GeoGebra como herramienta pedagógica facilita la comprensión de conceptos matemáticos abstractos, como los problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales, mediante la experimentación y la visualización de resultados.

Es por lo que el aprendizaje de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales mediante la aplicación del software GeoGebra ha sido considerado como una técnica que permite que los estudiantes puedan desarrollarse. Es por ello por lo que este software emplea metodologías que permiten brindar una educación de calidad y que los estudiantes puedan adquirir métodos de aprendizaje en donde puedan fomentar la creatividad e investigación para así adquirir nuevos conocimientos.

5. Justificación

Los estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado están en una etapa crucial de su educación, donde se introducen conceptos matemáticos avanzados. Los problemas complejos son fundamentales en el estudio del algebra, y comprenderlas de manera sólida es esencial para su futura formación académica.

El conocimiento sobre resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales es altamente relevante en numerosos campos profesionales, incluyendo ingeniería, ciencias de la computación, economía y física. Al presentar este tema de manera aplicada con el uso de GeoGebra, se les brinda a los estudiantes una visión concreta de su utilidad y aplicabilidad en futuros estudios y carreras. Siendo así que la incorporación de tecnología atractiva y poderosa, como GeoGebra, en la enseñanza de problemas complejos, puede aumentar la motivación de los

estudiantes y fomentar una participación y entusiasta en el proceso de aprendizaje. Esto potencia la comprensión profunda y duradera de los conceptos.

Por lo tanto, la presente propuesta pretende dar solución a uno de los muchos problemas que existen a nivel educativo y especialmente en la asignatura de matemáticas, es por ello que en esta ocasión hace mención a dar solución a problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales que reciben los estudiantes de primer año de BGU de la Unidad Educativa "Félix Granja", con el fin de contribuir con el desarrollo y aprendizaje de esta temática, ya que al utilizar GeoGebra como herramienta pedagógica permite optimizar el tiempo de aprendizaje, ya que proporciona una plataforma interactiva que agiliza la visualización de conceptos abstractos, lo que potencialmente acelera la asimilación y retención del contenido.

Siendo esta propuesta de gran importancia en el mejoramiento de la calidad en la educación de los estudiantes de la Unidad Educativa, especialmente de aquellos estudiantes que se encuentran en el aprendizaje de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales, ya que esta propuesta permitirá que exista una interrelación entre el docente y los estudiantes generando un ambiente agradable mediante la aplicación del software GeoGebra.

6. Objetivo

Diseñar una guía para el aprendizaje de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales a través de uso del software GeoGebra para los estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa "Félix Granja".

7. Descripción de la Propuesta

La Guía para el aprendizaje de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales a través de uso del software GeoGebra para los estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa "Félix Granja" es un recurso educativo diseñado para facilitar la comprensión y aplicación efectiva de los problemas complejos.

La propuesta consiste en utilizar el software GeoGebra como simulador para mejorar el proceso de aprendizaje de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales, ya que este software es ampliamente utilizado en el campo de las matemáticas, y cuenta con herramientas que permiten realizar cálculos simbólicos y numéricos.

El enfoque de esta propuesta es aprovechar las capacidades de simulación y visualización que ofrece GeoGebra para hacer que el aprendizaje de problemas complejos sea más concreto y atractivo para los estudiantes.

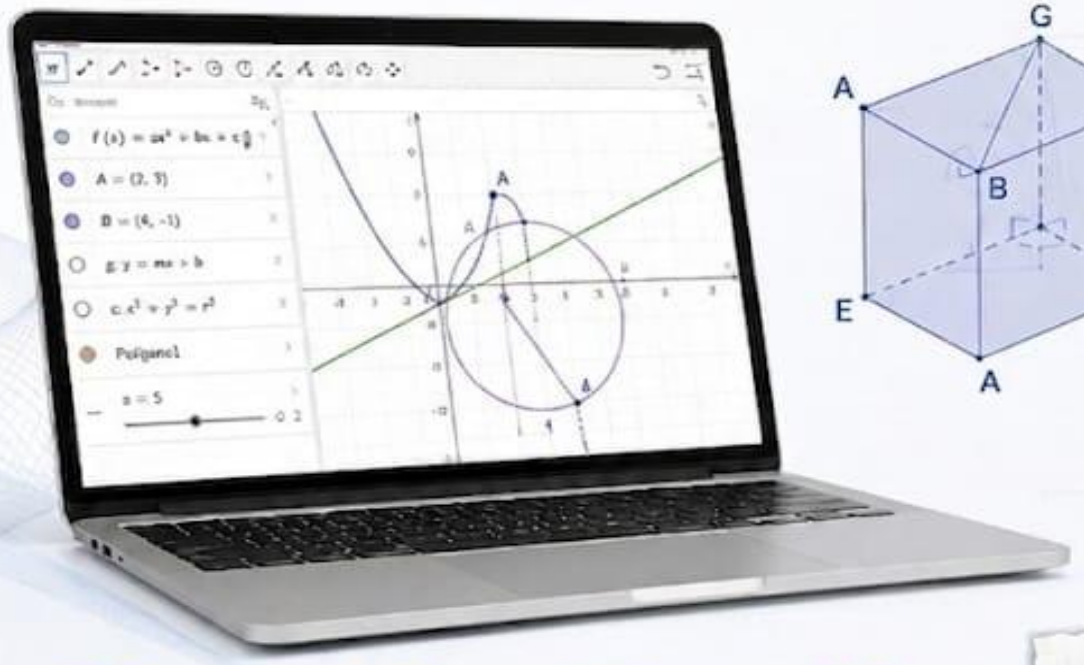
8. Desarrollo de la propuesta

SE ADJUNTÓ GUIA

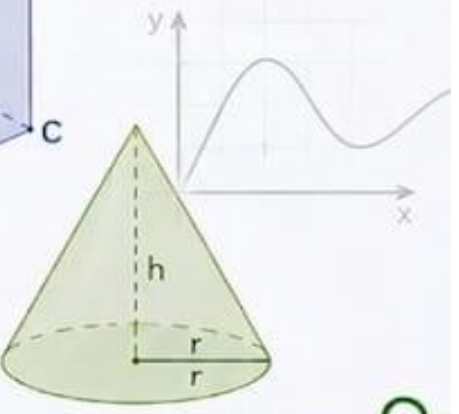
GUÍA DIDÁCTICA

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMPLEJOS CON GEOGEBRA

GeoGebra



$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$



$$\max f(x,y)$$
$$\text{s.a.} \begin{cases} x^2+y^2 \le R^2 \\ x+y \le k \end{cases}$$

PENSAMIENTO CRÍTICO • ANÁLISIS • MODELACIÓN • SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE "BGU"
DE LA UNIDAD EDUCATIVA "FÉLIX GRANJA"
DURANTE EL PERIODO ACADÉMICO 2025-2026

UNIDAD EDUCATIVA "FÉLIX GRANJA"

AUTOR:
SANDOVAL AGUAGALLO CRISTIAN EDUARDO

GUARANDA - ECUADOR | 2025-2026

ÍNDICE

1. Introducción……...……...…..3
2. Conocimientos generales…….4
   2.1. Software GeoGebra…….4
   2.2. Problemas complejos……..6
   2.3. Sistema de ecuaciones lineales……...7
3. Reforzando mis conocimientos I…….10
4. Conociendo GeoGebra……11
5. Herramientas principales del software GeoGebra……...……...14
6. Relación de problemas complejos, ecuaciones lineales y GeoGebra…….…….... 18
7. Aprendiendo a graficar sistemas de ecuaciones en GeoGebra……...……17
8. Reforzando mis conocimientos II……...……18
9. Aplicando los aprendido……...……. 22
10. Reforzando mis conocimientos III……...……...22
11. Despeja tus dudas……24
12. Área de apuntes y trabajos……...……...25

1.- Introducción

La enseñanza de las matemáticas requiere la implementación de estrategias innovadoras que permitan fortalecer las capacidades de razonamiento, análisis y resolución de problemas en los estudiantes. En este sentido, el uso de herramientas tecnológicas constituye un recurso fundamental para favorecer un aprendizaje más dinámico y significativo. Entre estas herramientas, el software GeoGebra se destaca por facilitar la representación gráfica y la comprensión de diversos conceptos matemáticos, permitiendo una mejor interpretación de los procedimientos y resultados obtenidos.

La presente guía didáctica, titulada “Resolución de Problemas Complejos con Sistemas de Ecuaciones Lineales en GeoGebra”, está dirigida a los estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado (BGU) de la Unidad Educativa “Félix Granja”, durante el período académico 2025-2026. Su finalidad es proporcionar orientaciones y actividades que contribuyan al desarrollo de habilidades para analizar, plantear y resolver problemas complejos relacionados con sistemas de ecuaciones lineales, mediante el uso de recursos tecnológicos que favorezcan la participación activa y el aprendizaje significativo.

Asimismo, la guía propone una serie de estrategias metodológicas y ejercicios prácticos que permiten integrar los conocimientos teóricos con la representación gráfica y la verificación de resultados a través de GeoGebra. De esta manera, los estudiantes podrán visualizar las intersecciones entre rectas, interpretar las soluciones de los sistemas de ecuaciones y comprender de forma más clara los diferentes métodos de resolución, fortaleciendo así sus competencias matemáticas y su pensamiento lógico.

En consecuencia, esta guía didáctica constituye una herramienta de apoyo tanto para docentes como para estudiantes, orientada a mejorar el desempeño académico y a fortalecer las capacidades necesarias para enfrentar situaciones problemáticas del contexto escolar y de la vida cotidiana.

Finalmente, se espera que la aplicación de esta guía contribuya al desarrollo de competencias matemáticas que permitan a los estudiantes resolver problemas complejos con mayor seguridad y

eficacia, aprovechando las potencialidades que ofrece el software GeoGebra como recurso innovador para la enseñanza y el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales.

2. Conocimientos generales

Software GeoGebra

GeoGebra es un software educativo de acceso libre y multiplataforma diseñado para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Integra de manera dinámica diferentes áreas como álgebra, geometría, cálculo, estadística y representación gráfica, permitiendo a los estudiantes explorar conceptos matemáticos mediante un entorno interactivo y visual. Gracias a sus múltiples herramientas, GeoGebra facilita la construcción, manipulación y análisis de expresiones matemáticas, favoreciendo una comprensión más profunda de los contenidos.



En el caso específico de la resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales, GeoGebra constituye un recurso didáctico de gran importancia, ya que permite representar gráficamente las ecuaciones mediante rectas en el plano cartesiano y visualizar de manera inmediata el punto de intersección que corresponde a la solución del sistema. Esta característica contribuye a que los estudiantes comprendan la relación existente entre los procedimientos algebraicos y su representación geométrica, fortaleciendo así su capacidad de razonamiento lógico y análisis matemático.

Desde el ámbito educativo, el uso de GeoGebra aporta significativamente al proceso de enseñanza-aprendizaje, debido a que promueve metodologías activas centradas en el estudiante. Su utilización

favorece la participación, la experimentación y la construcción del conocimiento a partir de la observación y la exploración de diferentes situaciones problemáticas. Además, posibilita que los estudiantes verifiquen sus resultados, identifiquen errores y desarrollen estrategias de solución más eficientes.

Asimismo, GeoGebra contribuye al desarrollo del pensamiento crítico y de las competencias matemáticas, ya que permite analizar distintos escenarios y modificar variables para observar cómo cambian los resultados obtenidos. Esta interacción fortalece las habilidades de interpretación, argumentación y resolución de problemas, competencias fundamentales para el aprendizaje de las matemáticas y para la toma de decisiones en situaciones de la vida cotidiana.

En el contexto de los sistemas de ecuaciones lineales, GeoGebra facilita la aplicación de diversos métodos de resolución, tales como el método gráfico, el método de sustitución, el método de igualación y el método de reducción, permitiendo comparar los resultados obtenidos y comprobar su exactitud. Esta integración entre los procedimientos algebraicos y las representaciones gráficas favorece una comprensión más significativa y duradera de los conceptos matemáticos.

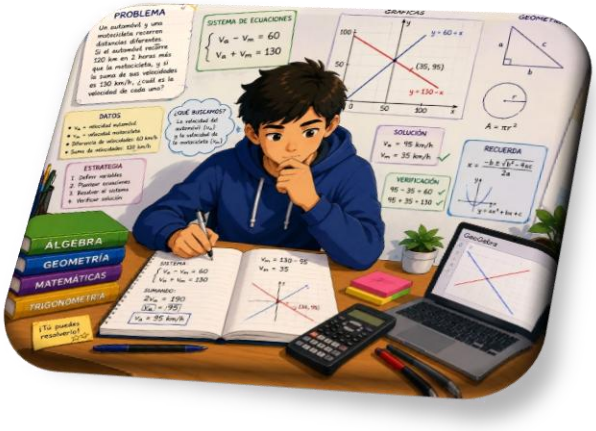


Por otra parte, el software constituye una herramienta de apoyo para el docente, ya que permite diseñar actividades interactivas, simulaciones y recursos didácticos adaptados a las necesidades de

los estudiantes. Esto favorece la innovación pedagógica y la implementación de estrategias que promueven un aprendizaje más dinámico, colaborativo y contextualizado.

En consecuencia, GeoGebra se ha consolidado como una herramienta tecnológica de gran valor educativo, debido a que fortalece las capacidades de análisis, interpretación y resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales. Su incorporación en el proceso educativo no solo mejora la comprensión de los contenidos matemáticos, sino que también contribuye al desarrollo de competencias digitales, pensamiento crítico y aprendizaje significativo, elementos esenciales para la formación integral de los estudiantes del Bachillerato General Unificado.

Problemas complejos



Los problemas complejos constituyen situaciones matemáticas que requieren la aplicación de diferentes conocimientos, estrategias y procedimientos para encontrar una solución adecuada. En el nivel de Primer Año de Bachillerato General Unificado (BGU), estos problemas permiten desarrollar habilidades de razonamiento, análisis, interpretación y pensamiento crítico, promoviendo una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos.

En el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales, los problemas complejos se caracterizan por presentar situaciones contextualizadas de la vida cotidiana que involucran dos o más incógnitas relacionadas entre sí. Su resolución exige que los estudiantes identifiquen la información relevante, planteen las ecuaciones correspondientes, seleccionen un método de solución apropiado y analicen los resultados obtenidos para verificar su coherencia con el contexto planteado.

Asimismo, la resolución de problemas complejos favorece el desarrollo de competencias matemáticas y fortalece la capacidad de los estudiantes para tomar decisiones, argumentar procedimientos y establecer relaciones entre diferentes representaciones algebraicas y gráficas.



La incorporación de herramientas tecnológicas como GeoGebra potencia este proceso, ya que permite visualizar las soluciones de manera dinámica e interactiva, facilitando la comprensión de los conceptos y promoviendo un aprendizaje significativo.

En consecuencia, el abordaje de problemas complejos en Primer Año de Bachillerato General Unificado contribuye a la formación integral de los estudiantes, preparándolos para enfrentar desafíos académicos y situaciones de la vida cotidiana mediante el uso del razonamiento lógico, la creatividad y la aplicación práctica de las matemáticas.

Sistemas de ecuaciones lineales

Los sistemas de ecuaciones lineales son conjuntos formados por dos o más ecuaciones de primer grado que contienen dos o más incógnitas y cuya solución corresponde a los valores que satisfacen simultáneamente todas las ecuaciones del sistema. Estos sistemas constituyen una herramienta fundamental en las matemáticas, ya que permiten modelar y resolver diversas situaciones problemáticas relacionadas con la vida cotidiana, la economía, la física y otras áreas del conocimiento. En Primer Año de Bachillerato General Unificado (BGU), el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales favorece el desarrollo del razonamiento lógico, la capacidad de análisis y la interpretación de relaciones entre variables. Además, los estudiantes aprenden a aplicar diferentes métodos de resolución, como los métodos gráficos, de sustitución, de igualación y de reducción, con el propósito de obtener soluciones precisas y verificar su validez.

En este contexto, GeoGebra se constituye en una herramienta tecnológica de gran importancia para la enseñanza y el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales, debido a que permite representar gráficamente las ecuaciones mediante rectas en el plano cartesiano y visualizar de manera dinámica el punto de intersección entre ellas, el cual corresponde a la solución del sistema.

La relación entre los sistemas de ecuaciones lineales y GeoGebra radica en que este software facilita la comprensión de los procedimientos algebraicos a través de representaciones gráficas interactivas, permitiendo que los estudiantes establezcan conexiones entre el lenguaje algebraico y el geométrico. Asimismo, GeoGebra favorece la exploración, la experimentación y la verificación de resultados, contribuyendo al desarrollo del pensamiento crítico y al fortalecimiento de las competencias matemáticas.

Por otra parte, la utilización de GeoGebra incrementa la motivación y la participación activa de los estudiantes, transformando las clases tradicionales en espacios de aprendizaje más dinámicos e innovadores. De igual manera, promueve el aprendizaje autónomo, ya que brinda la posibilidad de explorar diferentes estrategias de solución y comprobar los resultados obtenidos de manera independiente.

UEB
UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLÍVAR
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN



ANÁLISIS DE LOS MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES
Y SU RELACIÓN CON GEOGEBRA

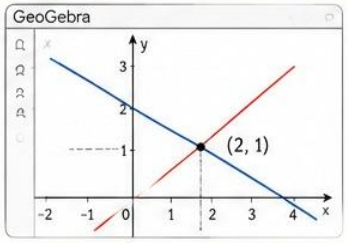


1 MÉTODO GRÁFICO

Permite representar las ecuaciones lineales mediante rectas en el plano cartesiano y determinar la solución a través del punto de intersección entre ellas.

Cómo funciona:

Se grafican ambas ecuaciones y la solución es el punto donde las rectas se intersectan.



Con GeoGebra:

Permite visualizar dinámicamente las rectas y comprobar gráficamente los resultados, favoreciendo la comprensión y el análisis de problemas complejos.

2 MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Consiste en despejar una incógnita en una de las ecuaciones y reemplazarla en la otra para obtener la solución del sistema.

Cómo funciona:

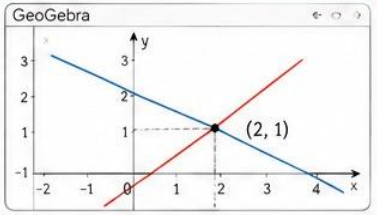
Despejar y en $2x + y = 5 \Rightarrow y = 5 - 2x$

Sustituir en $x - y = 1$:

$x - (5 - 2x) = 1$

$x - 5 + 2x = 1 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

$y = 5 - 2(2) = 1$



Con GeoGebra:

Permite verificar los valores obtenidos mediante la representación gráfica, fortaleciendo la interpretación y la precisión en la resolución de problemas complejos.

3 MÉTODO DE IGUALACIÓN

Se basa en despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones e igualar las expresiones resultantes para encontrar los valores de las variables.

Cómo funciona:

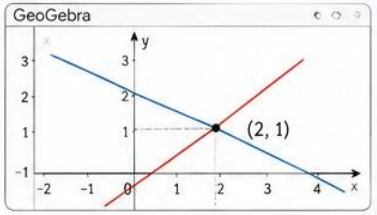
Despejar y en ambas ecuaciones:

$2x + y = 5 \Rightarrow y = 5 - 2x$

$x - y = 1 \Rightarrow y = x - 1$

$5 - 2x = x - 1 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

$y = x - 1 = 2 - 1 = 1$



Con GeoGebra:

Facilita la comprobación de los resultados obtenidos y permite relacionar los procedimientos algebraicos con su representación gráfica, promoviendo un aprendizaje significativo.

4 MÉTODO DE REDUCCIÓN O ELIMINACIÓN

Consiste en sumar o restar las ecuaciones para eliminar una de las incógnitas y determinar la solución del sistema.

Cómo funciona:

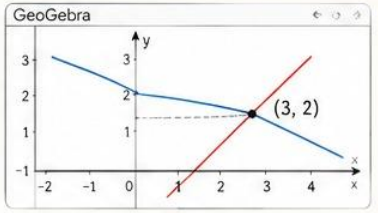
$2x + y = 5 \quad |\times(-1)| \quad -2x - y = -5$

$x - y = 1 \quad + \quad x - y = 1$

$-2y = -4 \Rightarrow y = 2$

Sustituir en $x - y = 1 \Rightarrow x = 3$

(Solución: (3, 2))



Con GeoGebra:

Los estudiantes pueden validar los resultados obtenidos y observar la correspondencia entre las soluciones algebraicas y la intersección de las rectas.



RELACIÓN CON LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMPLEJOS

La aplicación de los cuatro métodos, apoyados por GeoGebra, favorece el desarrollo del pensamiento lógico, la interpretación de resultados y la capacidad de análisis. Permite resolver problemas complejos de manera dinámica e interactiva, relacionando los procedimientos algebraicos con representaciones gráficas que facilitan la comprensión y la construcción de aprendizajes significativos.

BENEFICIOS GENERALES DE GEOGEBRA

- ✓ Visualización dinámica e interactiva
- ✓ Verificación inmediata de resultados
- ✓ Mayor comprensión de los conceptos
- ✓ Motivación y aprendizaje autónomo
- ✓ Fortalece el análisis y la resolución de problemas

GeoGebra

3.- Reforzando mis conocimientos…I

Escriba *verdadero* o falso

El software GeoGebra integra diferentes áreas como álgebra, geometría, cálculo, estadística y representación gráfica.

a. Verdadero b. Falso

Completar (Escribe la palabra o comando que falta)

Para modelar un problema complejo de la vida real en GeoGebra, el primer paso teórico es definir las ..... que representarán las cantidades desconocidas del problema. Variables o incógnitas

Escoja la opción correcta.

Al representar un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas en la Vista Gráfica de GeoGebra, si las dos rectas se cortan en un único punto, significa que el sistema es:

a) Incompatible (no tiene solución)
b) Compatible dependiente (infinitas soluciones).
c) Compatible determinado (solución única).

Escoja la opción correcta.

Si introduces las ecuaciones de un sistema en GeoGebra y visualizas dos rectas paralelas no coincidentes en la Vista Gráfica, puedes concluir teóricamente que:

a) El sistema tiene una solución en el infinito.
b) El sistema no tiene solución (es incompatible).
c) Hubo un error al ingresar los datos porque siempre deben cruzarse.

4.- Conociendo GeoGebra

Descarga e instalación del software GeoGebra

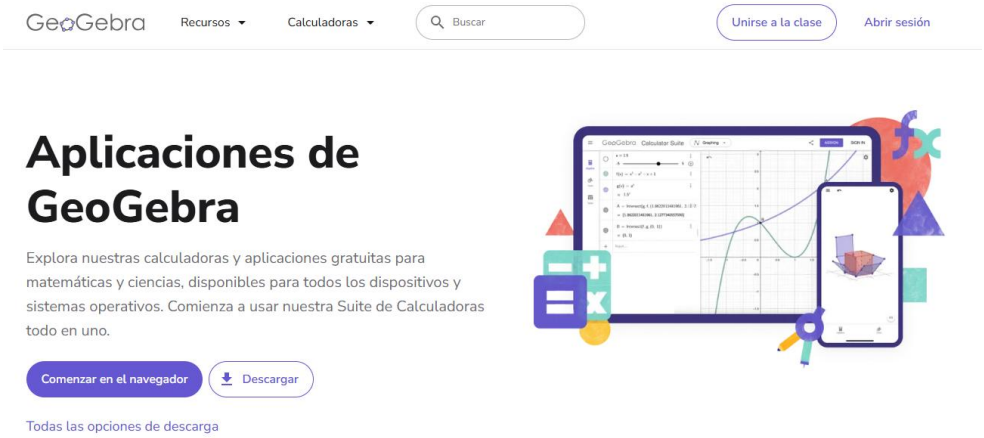
GeoGebra es un software educativo gratuito que permite realizar actividades relacionadas con álgebra, geometría, cálculo y estadística. El presente punto tiene como finalidad orientar paso a paso el proceso de descarga e instalación del programa.



Paso 1. Ingresar al sitio web oficial de GeoGebra

Abrir el navegador de Internet y acceder a la página oficial de GeoGebra mediante el siguiente enlace:

www.geogebra.org/download



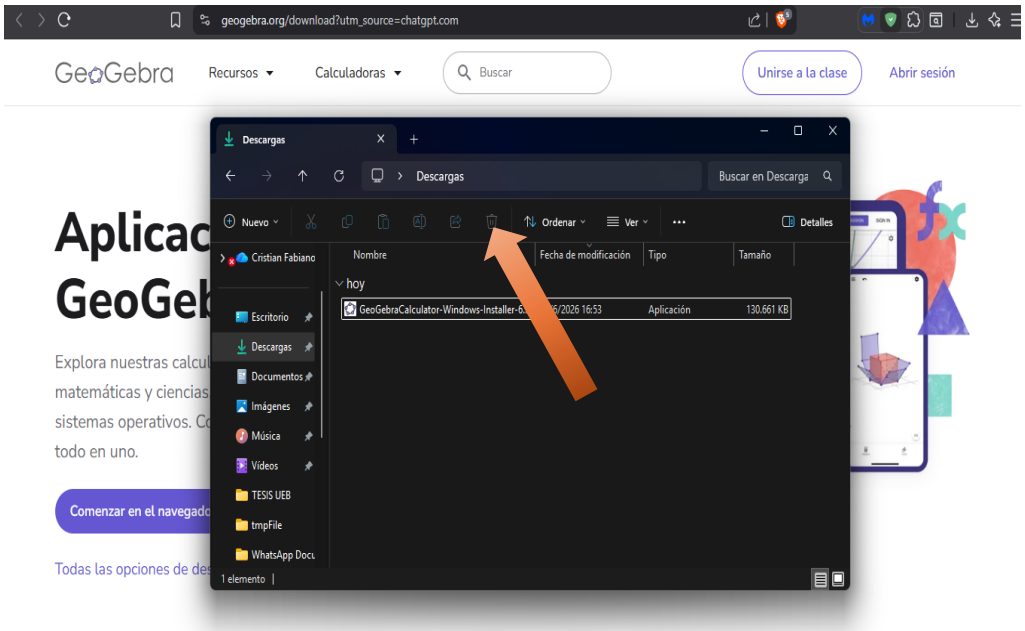
Paso 2. Seleccionar la opción de descarga

En la página principal se muestran diferentes aplicaciones de GeoGebra. Para disponer de todas las herramientas se recomienda seleccionar la opción **Suite Calculadora** o **GeoGebra Classic**, y posteriormente hacer clic en **Descargar**.



Paso 3. Esperar la descarga del instalador

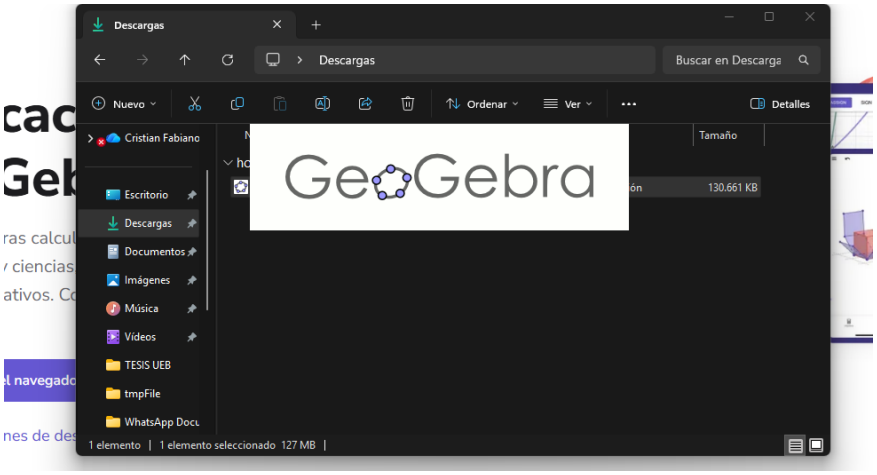
Una vez seleccionada la opción correspondiente, el archivo de instalación se descargará automáticamente y quedará almacenado en la carpeta **Descargas** del equipo.



Paso 4. Ejecutar el archivo descargado

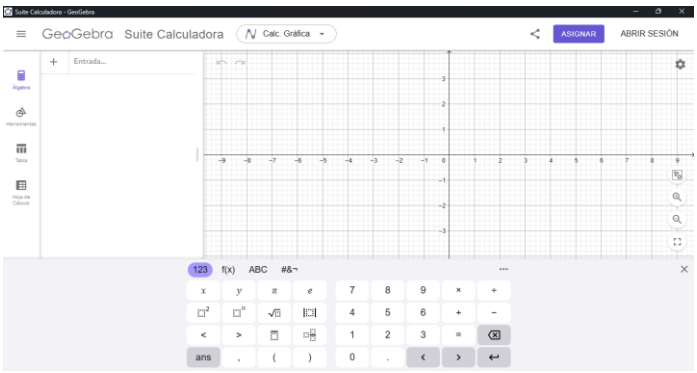
Ubicar el archivo descargado y hacer doble clic sobre él para iniciar el proceso de instalación.

Si aparece una ventana de seguridad del sistema operativo, seleccionar la opción **Sí** para permitir la instalación.



Paso 5. Verificar el funcionamiento del programa

Una vez completada la instalación, aparecerá un mensaje indicando que GeoGebra ha sido instalado correctamente. Seleccionar el botón **Finish (Finalizar)**. Al abrir GeoGebra se mostrará la interfaz principal, desde la cual es posible utilizar herramientas de álgebra, geometría, gráficos y cálculo.



5.-. Herramientas principales del software GeoGebra

La utilización adecuada de las herramientas del software GeoGebra es fundamental para el desarrollo de habilidades de análisis y resolución de problemas complejos, ya que permite representar de manera dinámica y visual conceptos matemáticos que, en ocasiones, resultan difíciles de comprender mediante métodos tradicionales. El uso correcto de funciones como la construcción de rectas, la intersección de objetos, los deslizadores y la representación gráfica de funciones facilita la exploración de diferentes estrategias de solución, la interpretación de resultados y la verificación de procedimientos. Además, GeoGebra favorece un aprendizaje más interactivo y significativo, promoviendo el pensamiento lógico, la capacidad de razonamiento y la toma de decisiones, competencias indispensables para abordar problemas complejos relacionados con los sistemas de ecuaciones lineales y otros contenidos matemáticos.

Herramienta	Icono Representación	Función principal	Ejemplo de uso
Mover	Flecha	Permite seleccionar y desplazar objetos en la vista gráfica.	Mover un punto o una figura geométrica.
Punto	•	Crea puntos en cualquier lugar de la vista gráfica o sobre un objeto.	Ubicar los vértices de un triángulo.
Recta	—	Traza una recta que pasa por dos puntos.	Representar una línea entre A y B.
Segmento	—	Construye un segmento limitado por dos puntos.	Dibujar los lados de un polígono.
Polígono	△	Forma figuras geométricas cerradas mediante varios puntos.	Construir triángulos, cuadrados o pentágonos.
Circunferencia	○	Dibuja circunferencias con centro y radio determinados.	Representar ruedas o figuras circulares.
Ángulo	∠	Mide y construye ángulos entre rectas o segmentos.	Calcular el ángulo de un triángulo.
Intersección	×	Determina el punto donde se cruzan dos objetos.	Encontrar la solución gráfica de dos rectas.
Deslizador	Barra	Crea variables dinámicas para modificar valores.	Cambiar el radio de una circunferencia.
Texto	A	Inserta textos y etiquetas en la construcción.	Añadir nombres y explicaciones.
Distancia o Longitud	↔	Calcula la longitud de segmentos y la distancia entre puntos.	Medir los lados de una figura.
Reflexión o Simetría	↔	Genera figuras simétricas respecto a una recta o punto.	Obtener la imagen reflejada de una figura.

Traslación	→	Desplaza un objeto una distancia determinada.	Mover una figura manteniendo su forma y tamaño.
Rotación	↻	Gira un objeto alrededor de un punto con un ángulo dado.	Rotar un triángulo 90°.
Hoja de Cálculo	Tabla	Permite organizar datos y realizar cálculos estadísticos.	Crear tablas de valores y gráficos.
Vista Algebraica	x, y	Muestra las ecuaciones y coordenadas de los objetos creados.	Analizar expresiones algebraicas.
Calculadora CAS	f(x)	Realiza operaciones algebraicas y simbólicas.	Resolver ecuaciones y simplificar expresiones.
Gráfica de funciones	f(x)	Representa funciones matemáticas en el plano cartesiano.	Graficar una función lineal o cuadrática.

6.- Relación de problemas complejos, ecuaciones lineales y GeoGebra.

La relación entre **problemas complejos**, **ecuaciones lineales** y **GeoGebra** es muy estrecha, porque GeoGebra permite pasar de una formulación abstracta (ecuaciones) a una representación visual e interactiva. Aquí tienes un análisis estructurado:



1. Problemas complejos: ¿qué son?

Un problema complejo es aquel que:

- Tiene múltiples variables o condiciones.
- Puede involucrar relaciones no lineales.
- Requiere varias etapas de razonamiento para resolverse.
- A menudo admite diferentes métodos de solución.

Ejemplos:

- Optimización de costos en una empresa.
- Modelado del crecimiento poblacional.
- Sistemas con varias incógnitas.

Estos problemas suelen modelarse mediante ecuaciones o sistemas de ecuaciones que nos permiten ver cambios instantáneos al modificar parámetros.

2. Papel de las ecuaciones lineales en problemas complejos

Las ecuaciones son el lenguaje matemático que describe relaciones entre variables. Muchos estudiantes entienden mejor "viendo" que solo calculando.

GeoGebra conecta:

- Ecuaciones
- Sistemas de Ecuaciones
- Gráficas
- Soluciones

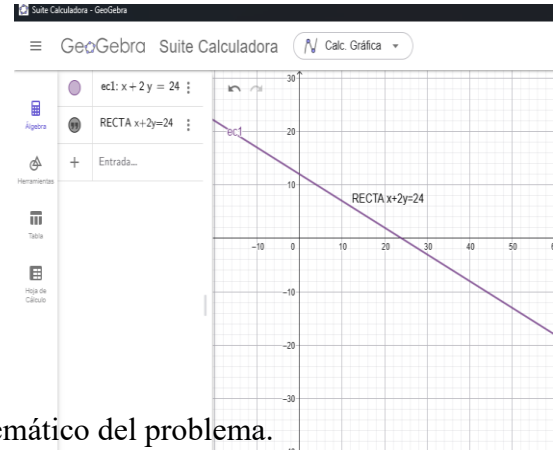


Sin ecuaciones, el problema permanece en lenguaje verbal; con ellas, puede analizarse cuantitativamente.

3. Relacion entre ecuaciones lineales y geogebra

GeoGebra es una herramienta digital que integra:

- Geometría
- Álgebra
- Cálculo
- Gráficas
- Simulación



Su aporte principal es visualizar ecuaciones.

Ejemplo:
La ecuación **x+2y=24**

Esto facilita comprender el comportamiento matemático del problema.

La relación entre problemas complejos, ecuaciones y GeoGebra puede resumirse así:

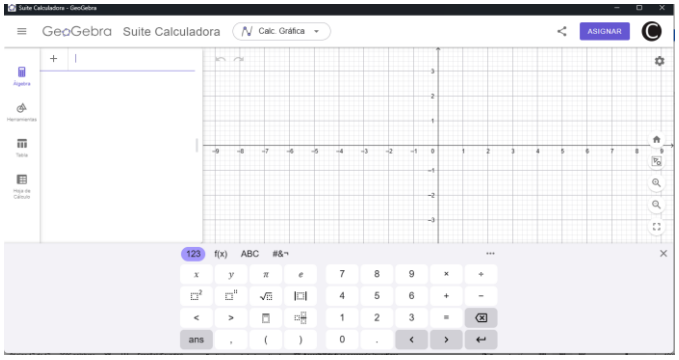
Problema complejo → Modelación con ecuaciones → Visualización y análisis con GeoGebra → Mejor comprensión y solución

En otras palabras, las ecuaciones traducen el problema al lenguaje matemático, y GeoGebra convierte ese lenguaje en una representación visual interactiva, facilitando el análisis, la exploración y la resolución.

7.- Aprendiendo a graficar sistemas de ecuaciones en GeoGebra.

Paso 1. Abrir GeoGebra

Ingresar a GeoGebra desde la aplicación instalada o desde la página web y seleccionar la opción Calculadora Gráfica.



Paso 2. Identificar la barra de entrada

Ubicar la barra de entrada que se encuentra en la parte superior de la pantalla. En este espacio se escribirán las ecuaciones del sistema.

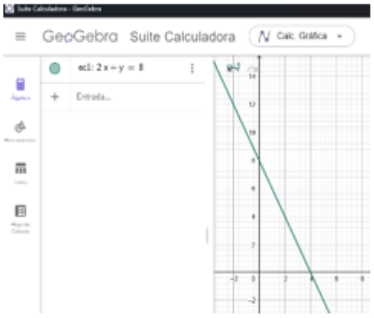


Paso 3. Ingresar la primera ecuación

Escribir la primera ecuación del sistema y presionar Enter.

Ejemplo:

$2x + y = 8$

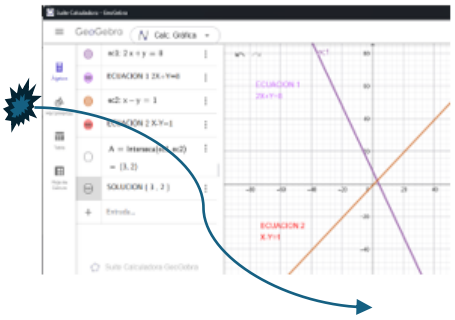


Paso 4. Ingresar la segunda ecuación

Escribir la segunda ecuación y presionar nuevamente Enter.

Ejemplo:

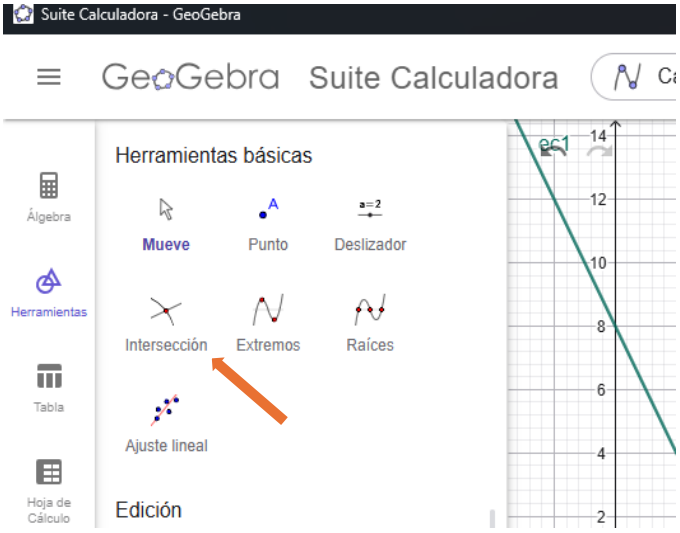
$x - y = 1$

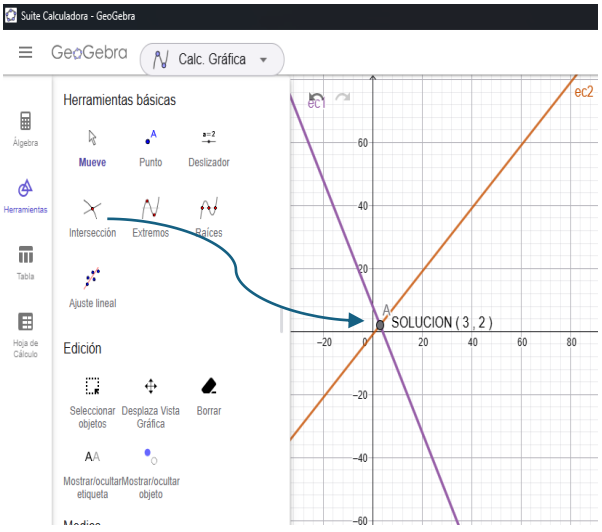


Paso 5. Encontrar el punto de intersección e interpretar la solución

Seleccionar la herramienta Intersección y hacer clic sobre ambas rectas. GeoGebra mostrará el punto donde se cruzan. $(x, y) = (3, 2)$

Las coordenadas del punto de intersección corresponden a la solución del sistema.





8.- Reforzando mis conocimientos…II

Graficar: (Utilice el software GeoGebra y grafique las siguientes ecuaciones y sistemas de ecuaciones)

1) 2x+3y=6
2) Y - 6x=3
3) 16x+4y=4

Ecuación 1: $x + y = 5$
Ecuación 2: $x - y = 1$

Ecuación 1: $2x + y = 4$
Ecuación 2: $2x + y = 7$

Ecuación 1: $x + 2y = 3$
Ecuación 2: $2x + 4y = 6$

9.- Aplicando lo aprendido

Resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales en GeoGebra

La resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales en **GeoGebra** permite representar y analizar situaciones reales mediante modelos matemáticos, facilitando la comprensión de las relaciones entre las variables involucradas. A través de la representación gráfica de las ecuaciones y la identificación del punto de intersección de las rectas, los estudiantes pueden obtener soluciones de manera visual y precisa. Además, el uso de GeoGebra favorece el desarrollo del pensamiento lógico, la capacidad de análisis y la resolución de problemas, convirtiéndose en una herramienta didáctica que fortalece el aprendizaje significativo de las matemáticas. Por su parte la representación gráfica de sistemas de ecuaciones en GeoGebra permite visualizar las rectas asociadas a cada ecuación y determinar su solución mediante el punto de intersección. Esta herramienta facilita la comprensión y análisis de problemas complejos, favoreciendo un aprendizaje más dinámico e interactivo.

PROBLEMA 1

En una papelería, Juan compró 2 cuadernos y 3 lápices por un valor total de $13. Posteriormente, compró 4 cuadernos y 2 lápices por $18. ¿Cuál es el precio de cada cuaderno y de cada lápiz?

Paso 1. Definir las variables

- x: precio de un cuaderno.
- y: precio de un lápiz.

Paso 2. Plantear el sistema de ecuaciones.

$2x + 3y = 13$

$4x + 2y = 18$

Paso 3. Resolvemos el sistema de

Multiplicamos la primera ecuación por (-2):

$$(2x + 3y = 13)(-2)$$

$$-4x - 6y = -26$$

Sustituimos $y = 2$ en la primera ecuación:

$2x + 3(2) = 13$
$2x + 6 = 13$
$2x = 7$
$x = 3.5$

Sistema obtenido:

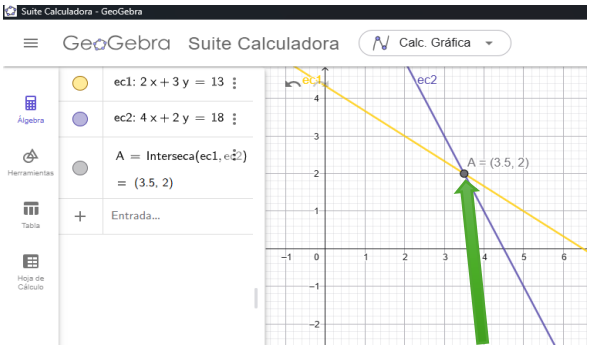
$$-4x - 6y = -26$$
$$4x + 2y = 18$$
$$-4y = -8$$
$$y = 2$$



Gráfica en GeoGebra: Introducir las siguientes ecuaciones en la barra de entrada:

2x + 3y = 13

4x + 2y = 18



Por lo tanto, la gráfica en GeoGebra confirma que la solución del sistema es **(3.5, 2)**.

PROBLEMA 2

Una institución educativa organiza una excursión para los estudiantes de primer año de BGU. Para el viaje se contrataron autobuses y camionetas. Cada autobús tiene capacidad para 40 estudiantes

y cada camioneta para 15 estudiantes. En total se utilizaron 8 vehículos y se transportaron 215 estudiantes.

Paso 1. Definir las variables

- x: número de autobuses.
- y: número de camionetas.

Paso 2. Plantear el sistema de ecuaciones

Según el número de vehículos: $x + y = 8$

Según la capacidad de estudiantes: $40x + 15y = 215$



Paso 3. Resolver el sistema

De la primera ecuación:

$y = 8 - x$

Sustituyendo en la segunda:

$40x + 15(8 - x) = 215$

$40x + 120 - 15x = 215$

$25x = 95$

$x = 3$

Sustituyendo:

$X + Y = 8$

$3 + Y = 8$

$Y = 8 - 5$

$y = 5$

Solución

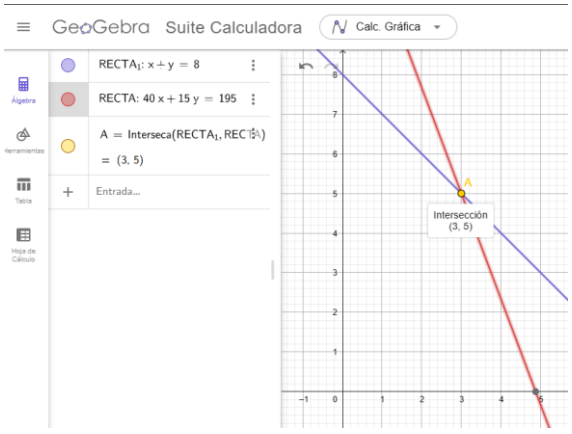
Se utilizaron:

- **3 autobuses**
- **5 camionetas**

Gráfica en GeoGebra: Introducir las siguientes ecuaciones en la barra de entrada:

x + y = 8

40x + 15y = 195



Por lo tanto, la gráfica en GeoGebra muestra que la solución del sistema corresponde a **3 autobuses y 5 camionetas**.

PROBLEMA 3

Una empresa fabrica camisetas y gorras. Cada camiseta produce una ganancia de $250 y cada gorra una ganancia de $150. En total se obtuvieron $5000 de ganancia y se fabricaron 30 productos.



Variables

- x: número de camisetas.
- y: número de gorras.

Sistema de ecuaciones

$250x + 150y = 5000$

$x + y = 30$

Solución

Despejando:

$y = 30 - x$

Sustituyendo:

$250x + 150(30 - x) = 5000$

$100x = 500$

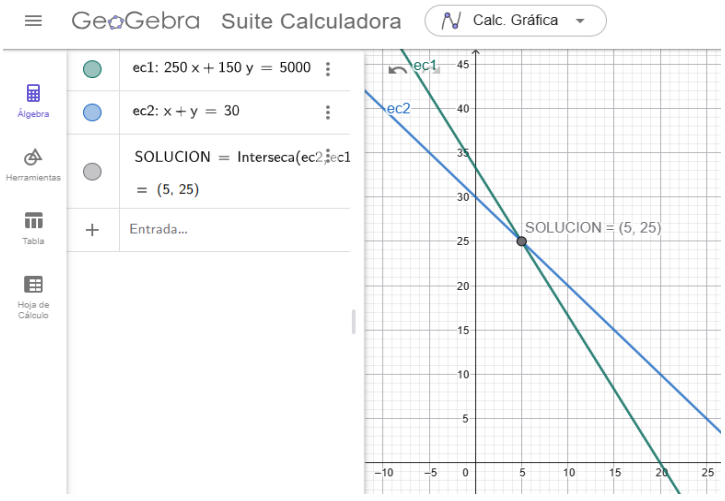
$x = 5$

$y = 25$

Gráfica en GeoGebra: Introducir las siguientes ecuaciones en la barra de entrada:

250x + 150y = 5000

x + y = 30



Por lo tanto, la gráfica en GeoGebra muestra que la solución del sistema corresponde a **5 camisetas y 25 gorras**.

10.- Reforzando mis conocimientos…III

Practique resolviendo los siguientes problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales, encuentre su grafica en GeoGebra e interprete la sus soluciones.

1. Venta de entradas

En una función escolar se vendieron entradas para adultos y niños. Las entradas para adultos costaban $5 y las de niños $3. En total se vendieron 80 entradas y se recaudaron $320.

Pregunta: ¿Cuántas entradas para adultos y cuántas para niños se vendieron?

2. Compra de útiles escolares

Un estudiante compró cuadernos y bolígrafos. Cada cuaderno cuesta $2 y cada bolígrafo $1. En total compró 25 artículos y gastó $40.

Pregunta: ¿Cuántos cuadernos y cuántos bolígrafos compró?

Venta de frutas

En un mercado se vendieron manzanas y naranjas. Cada manzana cuesta $0,50 y cada naranja $0,30. Se vendieron 100 frutas en total y se obtuvo una recaudación de $42.

Pregunta: ¿Cuántas manzanas y cuántas naranjas se vendieron?

Producción de una fábrica

Una fábrica produce mesas y sillas. Durante una semana fabricó 60 muebles en total. Cada mesa requiere 4 horas de trabajo y cada silla 2 horas. En total se emplearon 180 horas de trabajo.

Pregunta: ¿Cuántas mesas y cuántas sillas se fabricaron?

11.- Despeja tus dudas

GLOSARIO

- **GeoGebra:** Software interactivo que permite construir y explorar objetos matemáticos como puntos, rectas, funciones y figuras geométricas.
- **Vista Gráfica**: Área donde se visualizan construcciones geométricas, funciones y gráficos.
- **Vista Algebraica**: Panel donde aparecen expresiones algebraicas, ecuaciones y coordenadas de los objetos.
- **Objeto**: Cualquier elemento creado dentro del programa: punto, recta, círculo, polígono, función, etc.
- **Punto**: Objeto geométrico definido por coordenadas, como (2,3).
- **Recta**: Línea infinita que pasa por dos puntos o definida por una ecuación.
- **Función**: Relación matemática entre variables.
- **Variable**: Símbolo que representa un valor que puede cambiar.
- **Parámetro**: Valor fijo que modifica el comportamiento de una función o construcción.
- **Coordenadas**: Valores numéricos que indican la posición de un punto.
- **Eje X / Eje Y**: Líneas de referencia del plano cartesiano.
- **Plano cartesiano**: Sistema de coordenadas bidimensional.
- **Intersección**: Punto donde dos o más objetos se cruzan.
- **Transformación**: Cambio aplicado a una figura: traslación, rotación, reflexión o escala.
- **Rotación**: Giro de un objeto alrededor de un punto.
- **Traslación**: Desplazamiento de un objeto sin deformarlo.
- **Reflexión (Simetría)**: Imagen especular de un objeto respecto a una línea o punto.
- **Barra de Entrada**: Espacio donde se escriben comandos o ecuaciones.
- **Dependencia**: Relación entre objetos donde uno cambia al modificarse otro.
- **Objeto libre**: Elemento que puede moverse independientemente.
- **Objeto dependiente**: Elemento definido a partir de otros objetos.
- **CAS (Sistema Algebraico Computacional)**: Módulo para cálculos simbólicos, simplificación y resolución de ecuaciones.
- **Hoja de Cálculo**: Vista similar a una spreadsheet para manejar datos estadísticos.
- **Probabilidad**: Herramientas para distribuciones y análisis estadístico.
- **Exportar**: Guardar el trabajo como imagen, PDF o archivo de GeoGebra.
- **Ecuación lineal**: Igualdad matemática en la que las variables están elevadas solo a la potencia 1.

12.- ÁREADE APUENTES Y TRABAJO

BIBLIOGRAFÍA

Alejo, V. V., Ayala, J. Z., & Rivas, O. M. (2020). El aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 mediante resolución de problemas con GeoGebra. *Revista AMIUTEM*, *7*(2), 1–20. https://doi.org/10.65685/amiutem.v7i2.204

Almeida, M. V. R. de, Ribeiro, A. J., & Albrecht, E. (2020). Perfil conceitual de equação: um estudo acerca das concepções de futuros professores de matemática. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, *13*(1), 5–28. https://doi.org/10.5007/1982-5153.2020v13n1p5

Almulla, M. A. (2023). Constructivism learning theory: A paradigm for students' critical thinking, creativity, and problem solving to affect academic performance in higher education. *Cogent Education*, *10*(1). https://doi.org/10.1080/2331186X.2023.2172929

Alvarado Betsy, & Vélez Kiara. (2025). Los Principios del constructivismo social en la Propuesta Pedagógica Institucional de la Unidad Educativa Rosa Olga Villacrés Lozano. *PUBLICAR CIENCIA ISTRED*. https://publicarciencia.itred.edu.ec/index.php/p_ciencia_v1/en/article/view/42

Alvarez-Matute, J. F., Garcia-Herrera, D. G., Erazo-Álvarez, C. A., & Erazo-Álvarez, J. C. (2020). GeoGebra como estrategia de enseñanza de la Matemática. *EPISTEME KOINONIA*, *3*(6), 211. https://doi.org/10.35381/e.k.v3i6.827

Amores Torres, J. L., & Ramos Serpa, G. (2020). Limitaciones del modelo constructivista en la enseñanza-aprendizaje de la Unidad Educativa Salcedo, Ecuador. *Revista Educación*, 36–51. https://doi.org/10.15517/revedu.v45i1.41009

Angelika Schmid, & Lilla Korenova. (2024). Enhancing Geometry Learning with GeoGebra: A Study. *23rd European Conference on e-Learning (ECEL 2024)*. https://papers.academic-conferences.org/index.php/ecel/article/view/2893

Arias Mendez, J., & Rivadeneira Loor, F. Y. (2024). Use of GeoGebra for teaching quadratic equation. *Minerva*, *5*(13), 79–88. https://doi.org/10.47460/minerva.v5i13.154

Assadi, N., & Hibi, W. (2022). The Impact of Using Real Life Situation in Solving Linear Equations by Seventh Graders. *Journal of Educational and Social Research*, *12*(1), 51. https://doi.org/10.36941/jesr-2022-0006

Astudillo Aguilar, P. S., Rojas Rojas, M. A., Choco Coronel, P. G., & Castillo Berrezueta, J. F. (2025). Impact of GeoGebra Software in the study of Linear Programming. *Runas. Journal of Education and Culture*, *6*(11), e250221. https://doi.org/10.46652/runas.v6i11.221

Attard, C., & Holmes, K. (2020). "It gives you that sense of hope": An exploration of technology use to mediate student engagement with mathematics. *Heliyon*, *6*(1), e02945. https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2019.e02945

Azis, Y. M., & Rohaeti, E. E. (2025). A systematic literature review on implementation of GeoGebra: Benefits and challenges in mathematics education. *Infinity Journal*, *14*(3), 655–672. https://doi.org/10.22460/infinity.v14i3.p655-672

Barana, A., & Marchisio, M. (2020). An interactive learning environment to empower engagement in Mathematics. *Interaction Design and Architecture(s)*, (45), 302–321. https://doi.org/10.55612/s-5002-045-014

Basu, R. (2018). Constructivism Based Active Learning in Higher Education. *SHODH SARITA*, *5*(19). https://www.researchgate.net/publication/352771505_Constructivism_Based_Active_Learning_in_Higher_Education

Bejar Luis, & Quispe Fredy. (2022). CONSTRUCTIVISMO EDUCATIVO DESDE LA VIRTUALIDAD COMO POSIBILIDAD PEDAGÓGICA LIBERADORA. *Revista Agustina De Educación*. https://doi.org/10.71727/rae.v1i1.97

Bekene Bedada, T., & Machaba, M. F. (2024). The development of the cycle model and its effect on mathematics learning using GeoGebra mathematical software. *Education Inquiry*, *15*(4), 503–526. https://doi.org/10.1080/20004508.2022.2137260

Berlin, R., & Cohen, J. (2020). The Convergence of Emotionally Supportive Learning Environments and College and Career Ready Mathematical Engagement in Upper Elementary Classrooms. *AERA Open*, *6*(3). https://doi.org/10.1177/2332858420957612

Bernal-Garzón, E. (2020). Aportes a la consolidación del conectivismo como enfoque pedagógico para el desarrollo de procesos de aprendizaje. *Revista Innova Educación*, *2*(3), 394–412. https://doi.org/10.35622/j.rie.2020.03.002

Birgin, O., & Acar, H. (2022). The effect of computer-supported collaborative learning using GeoGebra software on 11th grade students' mathematics achievement in exponential and logarithmic functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *53*(4), 872–889. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1788186

Bolaño Muñoz, O. E. (2020). El constructivismo: Modelo pedagógico para la enseñanza de las matemáticas. *Revista EDUCARE - UPEL-IPB - Segunda Nueva Etapa 2.0*, *24*(3), 488–502. https://doi.org/10.46498/reduipb.v24i3.1413

Bond, M., Buntins, K., Bedenlier, S., Zawacki-Richter, O., & Kerres, M. (2020). Mapping research in student engagement and educational technology in higher education: a systematic evidence map. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, *17*(1), 2. https://doi.org/10.1186/s41239-019-0176-8

Bonilla Torres, C. A., Gómez Contreras, J. L., & Esteban Ojeda, Y. C. (2023). Estrategias didácticas y pedagógicas, modelos pedagógicos y herramientas tecnológicas en educación superior mediada por TIC. *Sophia*, *19*(1). https://doi.org/10.18634/sophiaj.19v.1i.1173

Brandão Pedro, & Algarvio Diogo. (2020). Connectivism, Information Technologies and Distance Learning. *kriativ-tech*, *I*(8). https://www.kriativ-tech.com/?p=66148

Bråting, K., & Kilhamn, C. (2021). Exploring the intersection of algebraic and computational thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *23*(2), 170–185. https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1779012

Bryce, T. G. K., & Blown, E. J. (2024). Ausubel's meaningful learning re-visited. *Current Psychology*, *43*(5), 4579–4598. https://doi.org/10.1007/s12144-023-04440-4

Burgos-Macías, J. G. (2024). Aprendizaje significativo matemático basado en la educación emocional. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía*, *9*(17), 257–275. https://doi.org/10.35381/r.k.v9i17.3218

Caiza-Reinoso, H. I. (2025). Integración de herramientas digitales para fomentar el Aprendizaje Significativo de Matemáticas en Bachillerato, período postpandemia. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, *8*(2), 245–256. https://doi.org/10.62452/ky2zrf72

Cajas Ligia, García Alexandra, Garzón Elvin, & Guamán Diego. (2024). *Nuevas metodologías educativas para promover el pensamiento crítico y la resolución de problemas* . https://doi.org/10.23857/dc.v10i1.3709

Camargo Cuéllar, M., & Marion Montoya, M. (2024). constructivismo en el aula. *Ducere. Revista de Investigación Educativa*, *3*(1). https://doi.org/10.61303/2735668X.v3i1.49

Cárcamo, A. D., Fortuny, J. M., & Fuentealba, C. E. (2023). Identificando una progresión de aprendizaje para un sistema de ecuaciones lineales con infinitas soluciones. *Formación universitaria*, *16*(1), 77–86. https://doi.org/10.4067/S0718-50062023000100077

Cartini, N., Cita Dwi Rosita, & Setiyani, S. (2024). Integrated PBL Differentiated Instruction: An Effort to Improve Students' Literacy and Numeracy Skills. *International Journal of Educational Research Excellence (IJERE)*, *3*(2), 966–973. https://doi.org/10.55299/ijere.v3i2.1177

Casanova, D., Huet, I., Garcia, F., & Pessoa, T. (2020). Role of technology in the design of learning environments. *Learning Environments Research*, *23*(3), 413–427. https://doi.org/10.1007/s10984-020-09314-1

Cedeño-Alcívar, J. C., & Rivadeneira-Loor, F. Y. (2023). GeoGebra como Herramienta Didáctica para la Enseñanza de la Matemática. *MQRInvestigar*, *7*(4), 634–649. https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.4.2023.634-649

Cenas Chacón, F. Y., Blaz Fernández, F. E., Gamboa Ferrer, L. R., & Castro Mendocilla, W. E. (2021). Geogebra: herramienta tecnológica para el aprendizaje significativo de las matemáticas en universitarios. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, *5*(18), 382–390. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i18.181

Černý, M. (2020). Connectivism in phenomenological-pragmatist tradition. *e-Pedagogium*, *20*(2), 7–24. https://doi.org/10.5507/epd.2020.017

Cevikbas, M., & Kaiser, G. (2021). A Systematic Review on Task Design in Dynamic and Interactive Mathematics Learning Environments (DIMLEs). *Mathematics*, *9*(4), 399. https://doi.org/10.3390/math9040399

Chele Santiago, Alava Ana, & Castillo Jimmy. (2025). Estrategias didácticas constructivistas y rendimiento académico en el área de las Matemáticas. *Ciencia Y Educación*. https://doi.org/10.5281/zenodo.17939828

Chimoni, M., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2021). The impact of two different types of instructional tasks on students' development of early algebraic thinking (*El impacto de dos tipos diferentes de tareas instruccionales en el desarrollo del pensamiento algebraico temprano de los estudiantes*). *Journal for the Study of Education and Development*, *44*(3), 503–552. https://doi.org/10.1080/02103702.2020.1778280

Christopoulos, A., Kajasilta, H., Salakoski, T., & Laakso, M.-J. (2020). Limits and Virtues of Educational Technology in Elementary School Mathematics. *Journal of Educational Technology Systems*, *49*(1), 59–81. https://doi.org/10.1177/0047239520908838

Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Thomas, M. (2020). Teaching with digital technology. *ZDM*, *52*(7), 1223–1242. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01196-0

Clavijo-Gallo, C., Quiróz-Vallejo, D. A., Arboleda-Mira, E. J., & Carmona-Mesa, J. A. (2021). Entornos virtuales de aprendizaje como espacio complementario en la formación inicial de profesores. *RECIE. Revista Caribeña de Investigación Educativa*, *5*(2), 92–106. https://doi.org/10.32541/recie.2021.v5i2.pp92-106

Código de la Niñez y Adolescencia, Registro Oficial 737 (2014). https://www.igualdad.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/11/codigo_ninezyadolescencia.pdf

Cong-Lem, N. (2022). Vygotsky's, Leontiev's and Engeström's Cultural-Historical (Activity) Theories: Overview, Clarifications and Implications. *Integrative Psychological and Behavioral Science*, *56*(4), 1091–1112. https://doi.org/10.1007/s12124-022-09703-6

Cong-Lem, N. (2023). Emotion and its relation to cognition from Vygotsky's perspective. *European Journal of Psychology of Education*, *38*(2), 865–880. https://doi.org/10.1007/s10212-022-00624-x

Constitución de la República del Ecuador (2008). https://www.defensa.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2021/02/Constitucion-de-la-Republica-del-Ecuador_act_ene-2021.pdf

Corrales Jaar, J. (2021). Revisión actualizada: enseñanza de las matemáticas desde los entornos virtuales de aprendizaje. *Ciencia y Educación*, *5*(2), 25–40. https://doi.org/10.22206/cyed.2021.v5i2.pp25-40

Cuyo Sigcha, M. V. (2024). El constructivismo y las tecnologías para favorecer la enseñanza aprendizaje de la matemática en el Bachillerato. *Revista Simón Rodríguez*, *4*(8), 49–61. https://doi.org/10.62319/simonrodriguez.v.4i8.33

Damayanti Annisa, & Abimanyu Aditya. (2025, mayo 1). *THE APPLICATION OF DAVID AUSUBEL'S THEORY OF MEANINGFUL LEARNING IN ENHANCING STUDENTS' CONCEPTUAL UNDERSTANDING*. https://journal.unm.ac.id/index.php/IJET/article/view/8044/5054

Daodu, M., Elegbede, C., & Adedotun, O. (2024). Effectiveness of Constructivism Theory of Learning as 21st Century Method of Teaching. *Journal of Advanced Psychology*, *6*(2), 1–11. https://doi.org/10.47941/japsy.2267

David Rubio, & Julián Jiménez. (2021). Constructivismo y tecnologías en educación. Entre la innovación y el aprender a aprender. *Revista Historia de la Educación Latinoamericana*. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7929444

Del Carmen Guzmán, M., Josefina Albornoz, E., & Alvarado, R. (2022). La didáctica en los entornos virtuales de aprendizaje. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, *5*(1), 96–102. https://doi.org/10.62452/15kq0321

Deng, N. (2025). Study on the Application of Constructivism in Classroom Teaching to Promote Knowledge Construction. *Journal of Education and Educational Research*, *12*(3), 27–33. https://doi.org/10.54097/edqwfa34

Dziubaniuk, O., Ivanova-Gongne, M., & Nyholm, M. (2023). Learning and teaching sustainable business in the digital era: a connectivism theory approach. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, *20*(1), 20. https://doi.org/10.1186/s41239-023-00390-w

Enders, N., Gaschler, R., & Kubik, V. (2021). Online Quizzes with Closed Questions in Formal Assessment: How Elaborate Feedback can Promote Learning. *Psychology Learning & Teaching*, *20*(1), 91–106. https://doi.org/10.1177/1475725720971205

Erawati, N. K., & Adnyana, P. B. (2024). IMPLEMENTATION OF JEAN PEAGET'S THEORY OF CONTRUCTIVISM IN LEARNING: A LITERATURE REVIEW. *Indonesian Journal of Educational Development (IJED)*, *5*(3), 394–401. https://doi.org/10.59672/ijed.v5i3.4148

Eriksson, H., & Eriksson, I. (2021). Learning actions indicating algebraic thinking in multilingual classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, *106*(3), 363–378. https://doi.org/10.1007/s10649-020-10007-y

Fatio, N. A., Fatimah, S., & Rosjanuardi, R. (2020). The analysis of students' learning difficulties on system of linear equation in two variables topic. *Journal of Physics: Conference Series*, *1521*(3), 032062. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1521/3/032062

Fernández Scagliusi, M. V., & Llorente-Cejudo, C. (2024). Evaluación de competencias digitales en estudiantes de educación: un estudio en la Universidad de Bolonia. *Edutec, Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, (90), 92–110. https://doi.org/10.21556/edutec.2024.90.3257

Fonseca, V. G. da, & Henriques, A. C. C. B. (2023). Pre-service mathematics teachers using *Geogebra* to learn about instantaneous rate of change. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *54*(4), 534–556. https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1958942

Fuentes Aparicio, A., Pastora Alejo, B., Granados Campo, A., & Puerto Menéndez, O. (2021). El proceso de evaluación del aprendizaje desde el Entorno Virtual de Aprendizaje en el nivel universitario. *Revista Científica UISRAEL*, *8*(3), 117–134. https://doi.org/10.35290/rcui.v8n3.2021.345

Garcia Tania, Sulca Julio, & Carazas Cecilia. (2025). *Estrategias didácticas para el aprendizaje: una revisión sistemática*. https://doi.org/10.5281/zenodo.15531193

García-Lázaro, D., & Martín-Nieto, R. (2023). Competencia matemática y digital del futuro docente mediante el uso de GeoGebra. *Alteridad*, *18*(1), 85–98. https://doi.org/10.17163/alt.v18n1.2023.07

García-Tudela, P. A., Prendes-Espinosa, M. P., & Solano-Fernández, I. M. (2020). Smart Learning Environments and Ergonomics: An Approach to the State of the Question. *Journal of New Approaches in Educational Research*, *9*(2), 245–258. https://doi.org/10.7821/naer.2020.7.562

García-Tudela, P. A., Prendes-Espinosa, P., & Solano-Fernández, I. M. (2021). Smart learning environments: a basic research towards the definition of a practical model. *Smart Learning Environments*, *8*(1), 9. https://doi.org/10.1186/s40561-021-00155-w

Gladys Ronquillo, Elizabeth De Mora, Amelia Bohórquez, & José Padilla. (2023). Modelo constructivista y su aplicación en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. *JOURNAL OF SCIENCE AND RESEARCH*. https://doi.org/10.5281/zenodo.10420471

Gr. Voskoglou, M. (2022). Connectivism vs Traditional Theories of Learning. *American Journal of Educational Research*, *10*(4), 257–261. https://doi.org/10.12691/education-10-4-15

Guerra García, J. (2020). El constructivismo en la educación y el aporte de la teoría sociocultural de Vygotsky para comprender la construcción del conocimiento en el ser humano. . *Dilemas contemporáneos: Educación, Política y Valores*. https://doi.org/10.46377/dilemas.v32i1.2033

Guerrero Salazar, C. V. (2022). Limitaciones del conectivismo en el Ecuador: necesidades urgentes para la calidad. *Revista Científica Ciencia y Tecnología*, *22*(33). https://doi.org/10.47189/rcct.v22i33.513

Guevara Íñiguez, E. L., Cedeño Álvarez, R. C., Escobar Gortaire, M. E., & Medina Velasco, S. R. (2021). El rol del docente en la educación virtual. *RECIMUNDO*, *5*(3), 100–107. https://doi.org/10.26820/recimundo/5.(2).julio.2021.100-107

Günster, S. M., & Weigand, H.-G. (2020). Designing digital technology tasks for the development of functional thinking. *ZDM*, *52*(7), 1259–1274. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01179-1

Hämmerle, C. S. (2023). Flexibles Gleichungslösen im Klassengespräch unterstützen – der Beitrag des Vergleichens von multiplen Lösungswegen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *44*(2), 355–384. https://doi.org/10.1007/s13138-023-00221-5

Hamzah, N. A. H., & Hidayat, R. (2022). The Role of Geogebra Software in Mathematics Education: A Systematic Literature Review. *Jurnal Pendidikan Sains dan Matemaitk Malaysia*, *12*(1), 24–38. https://doi.org/10.37134/jpsmm.vol12.1.3.2022

Hartikainen, S., Rintala, H., Pylväs, L., & Nokelainen, P. (2019). The Concept of Active Learning and the Measurement of Learning Outcomes: A Review of Research in Engineering Higher Education. *Education Sciences*, *9*(4), 276. https://doi.org/10.3390/educsci9040276

Hendri Prastyo. (2024). Using GeoGebra for Mathematics Learning: Literature Review on Solving Linear Equations in Two Variables. *11th International Scholars Conference*. https://jurnal.unai.edu/index.php/isc/article/view/3648

Hew, K. F., Jia, C., Gonda, D. E., & Bai, S. (2020). Transitioning to the "new normal" of learning in unpredictable times: pedagogical practices and learning performance in fully online flipped classrooms. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, *17*(1), 57. https://doi.org/10.1186/s41239-020-00234-x

Hiba Dertyana Siregar, Astuti Salim, Mirna Riazil Jannah, Ayu Nurkhayati, & Nurul Hidayati. (2025). Development of Constructivism-Based Learning Models to Improve Student Learning Outcomes. *Gateway for Understanding Research in Education*, *1*(2), 11–19. https://doi.org/10.69855/guru.v1i2.335

Huamán Intiquilla, R. (2025). GeoGebra en el entorno educacional básica: una revisión sistemática. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, *9*(39), 3194–3210. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v9i39.1112

Ibaceta Vergara, C. P., & Villanueva Morales, C. F. (2021). Entornos virtuales de aprendizaje: variables que inciden en las prácticas pedagógicas de docentes de enseñanza básica en el contexto chileno. *Perspectiva Educacional*, *60*(3), 132–158. https://doi.org/10.4151/07189729-Vol.60-Iss.3-Art.1235

Iventri, K., Lukito, A., & Wijayanti, P. (2026). EXPLORING JUNIOR HIGH SCHOOL STUDENTS' CRITICAL THINKING PROCESSES IN SOLVING SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS USING GEOGEBRA: A QUALITATIVE CASE STUDY. *SOSIOEDUKASI : JURNAL ILMIAH ILMU PENDIDIKAN DAN SOSIAL*, *15*(1), 986–996. https://doi.org/10.36526/sosioedukasi.v15i1.7291

Jimenez Yaguana, M. A., & Leon Alberca, T. B. (2024). Competencias digitales de los estudiantes del nivel superior en los procesos de enseñanza-aprendizaje. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *8*(3), 219–230. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i3.11206

Johnson, H. L. (2022). Task design for graphs: rethink multiple representations with variation theory. *Mathematical Thinking and Learning*, *24*(2), 91–98. https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1824056

Johnson, H. L., McClintock, E. D., & Gardner, A. (2020). Opportunities for Reasoning: Digital Task Design to Promote Students' Conceptions of Graphs as Representing Relationships between Quantities. *Digital Experiences in Mathematics Education*, *6*(3), 340–366. https://doi.org/10.1007/s40751-020-00061-9

Jonathan Vallejo, Luis Fernández, Nancy Eras, & Marco Guamán. (2025). Repensando la Educación: Lecturas y Críticas Epistemológicas a los Aportes del Conectivismo como Modelo Educativo. *Revista Scientific*. https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2025.10.36.13.270-293

Juca José, & Jaramillo Esther. (2021). *Principios del constructivismo en la propuesta pedagógica institucional de la escuela de educación básica Rosa Josefina Burneo de Burneo*. https://dspace.utpl.edu.ec/handle/20.500.11962/28228

Jumaah, F. M. (2024). EXPLORING CONSTRUCTIVIST LEARNING THEORY AND ITS APPLICATIONS IN TEACHING ENGLISH. *The American Journal of Social Science and Education Innovations*, *6*(8), 7–19. https://doi.org/10.37547/tajssei/Volume06Issue08-02

Jupri, A., Usdiyana, D., & Sispiyati, R. (2020). Predictions of Students' Thinking for The Learning of System of Linear Equations in Two Variables. *Proceedings of the Proceedings of the 7th Mathematics, Science, and Computer Science Education International Seminar, MSCEIS 2019, 12 October 2019, Bandung, West Java, Indonesia*. https://doi.org/10.4108/eai.12-10-2019.2296322

Kenoba, M. O., Kusi, J., & Tadu Lado, S. H. J. (2025). CONSTRUCTIVIST PEDAGOGICAL FRAMEWORKS: INSIGHTS FROM SOCRATES, JEAN PIAGET, AND ROCKEFELLER. *SOSIOEDUKASI : JURNAL ILMIAH ILMU PENDIDIKAN DAN SOSIAL*, *14*(4), 3604–3615. https://doi.org/10.36526/sosioedukasi.v14i4.6449

Kokko, A. K., & Hirsto, L. (2021). From physical spaces to learning environments: processes in which physical spaces are transformed into learning environments. *Learning Environments Research*, *24*(1), 71–85. https://doi.org/10.1007/s10984-020-09315-0

Kop, P. M. G. M., Janssen, F. J. J. M., Drijvers, P. H. M., & van Driel, J. H. (2020). The relation between graphing formulas by hand and students' symbol sense. *Educational Studies in Mathematics*, *105*(2), 137–161. https://doi.org/10.1007/s10649-020-09970-3

Kop, P. M. G. M., Janssen, F. J. J. M., Drijvers, P. H. M., & van Driel, J. H. (2021). Promoting insight into algebraic formulas through graphing by hand. *Mathematical Thinking and Learning*, *23*(2), 125–144. https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1765078

Lara-Andino, A. R., Reinoso-Pinargote, N. P., & Reyes-Romero, F. P. (2024). Estrategias neurodidácticas en la enseñanza de ecuaciones lineales en estudiantes de octavo año. *MQRInvestigar*, *8*(2), 3033–3055. https://doi.org/10.56048/MQR20225.8.2.2024.3033-3055

Laura De La Cruz, K. M., Apayco Zavala, L. J., Noa Copaja, S. J., & Bazán Velásquez, S. M. (2023). El modelo conectivista y las redes virtuales de aprendizaje: experiencias en el

aprendizaje de segundas lenguas a distancia. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *7*(4), 7269–7288. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i4.7474

Lee, J., & Pang, J. (2021). Students' opposing conceptions of equations with two equal signs. *Mathematical Thinking and Learning*, *23*(3), 209–224. https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1777364

León Lizárraga, I. A., René Contreras Cázarez, C., & León Duarte, G. A. (2022). Competencia digital en estudiantes universitarios: conductas en la comunicación y creación de contenido en espacios virtuales. *Edutec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, (82), 45–58. https://doi.org/10.21556/edutec.2022.82.2639

Ley Orgánica de Educación Intercultural, Registro Oficial Suplemento No. 417 (2017). https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/05/Ley-Organica-Educacion-Intercultural-Codificado.pdf

Li, Y. (2025). A Critical Analysis of the Advantages and Limitations of the Teaching Methods under the Constructivism Theory. *Lecture Notes in Education Psychology and Public Media*, *89*(1), 69–74. https://doi.org/10.54254/2753-7048/2025.22818

López De La Cruz, E. C. I., & Escobedo Bailón, F. E. (2021). Conectivismo, ¿un nuevo paradigma del aprendizaje? *Desafíos*, *12*(1), 73–79. https://doi.org/10.37711/desafios.2021.12.1.259

Mampota, S., Mokhets'engoane, S. J., & Kurata, L. (2023). Connectivism Theory: Exploring its Relevance in Informing Lesotho's Integrated Curriculum for Effective Learning in the Digital Age. *European Journal of Education and Pedagogy*, *4*(4), 6–12. https://doi.org/10.24018/ejedu.2023.4.4.705

Man, Y.-K. (2020). A forward approach for solving linear Diophantine equation. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *51*(8), 1284–1288. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1745915

Marta De Angelis, & Mariagrazia Santonicola. (2021). Formative Assessment in Online Learning Environments: effective practice in first cycle of education. *Italian Journal of Educational Research*. https://ojs.pensamultimedia.it/index.php/sird/article/view/5019

Martínez Rizo, F. (2021). Aprendizaje, enseñanza, conocimiento, tres acepciones del constructivismo. *Perfiles Educativos*, *43*(174). https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2021.174.60208

Mattar, J. (2018). Constructivism and connectivism in education technology: Active, situated, authentic, experiential, and anchored learning. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, *21*(2), 201. https://doi.org/10.5944/ried.21.2.20055

Md Zin, Z., Abdullah, A. S., Ahmad, H., & Sahib, F. H. (2024). THE CONSTRUCTIVIST LEARNING THEORY: EXPLORING KEY TECHNOLOGICAL ADVANCEMENTS IN LEARNING MANAGEMENT SYSTEMS. *International Journal of Modern Education*, *6*(23), 585–597. https://doi.org/10.35631/IJMOE.623040

Medina Calva, M. A. (2024). Competencias Digitales de los Estudiantes de Educación de la Universidad Nacional de Loja- Ciclo Octubre, 2023/Marzo, 2024. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *8*(1), 9729–9751. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i2.10295

Miltón Cayambe, Carlos Nuñez, & Manuel Bermudez. (2021). Modelo de estrategia didáctica para fortalecer el aprendizaje de matemática en estudiantes de segundo bachillerato, unidad educativa vicente rocafuerte, Ecuador-2020. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *5*(5), 9677–9708. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i5.1014

Miranda-Núñez, Y. R. (2022). Aprendizaje significativo desde la praxis educativa constructivista. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía*, *7*(13), 79. https://doi.org/10.35381/r.k.v7i13.1643

Monroy Guzmán, L. (2023). Enseñanza del álgebra lineal a partir de una mirada cualitativa de los sistemas de ecuaciones lineales. *Praxis, Educación y Pedagogía*, (8). https://doi.org/10.25100/praxis_educacion.v0i8.12408

Morán Lozano, N. S., Peñafiel Loor, J. F., & García Rodríguez, R. (2023). Aprendizaje significativo en matemáticas con el uso de tecnologías. *Journal TechInnovation*, *2*(2), 60–69. https://doi.org/10.47230/Journal.TechInnovation.v2.n2.2023.60-69

Moreno, G. J. G., & Loja, C. M. Z. (2026). Estrategias didácticas activas y su incidencia en la construcción del aprendizaje significativo en estudiantes de educación superior. *Revista JRG de Estudos Acadêmicos*, *9*(20), e093150. https://doi.org/10.55892/jrg.v9i20.3150

Mukhlis Hamid, Haenilah Een, Sunyono Sunyono, & Maulina Dina. (2024). Connectivism and digital age education: Insights, challenges, and future directions. *Kasetsart Journal of Social Sciences*, *45*(3). https://doi.org/10.34044/j.kjss.2024.45.3.11

Mulumeoderhwa Mufungizi, E. (2024). El conectivismo digital en los procesos de enseñanza y aprendizaje: principios y aportes pedagógicos. *Revista Latinoamericana Ogmios*, *4*(10), 1–11. https://doi.org/10.53595/rlo.v4.i10.101

Namkung, J. M., & Bricko, N. (2021). The Effects of Algebraic Equation Solving Intervention for Students With Mathematics Learning Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, *54*(2), 111–123. https://doi.org/10.1177/0022219420930814

Ngu, B. H., & Phan, H. P. (2022a). Developing Problem-Solving Expertise for Word Problems. *Frontiers in Psychology*, *13*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.725280

Ngu, B. H., & Phan, H. P. (2022b). Learning linear equations: capitalizing on cognitive load theory and learning by analogy. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *53*(10), 2686–2702. https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1902007

Ngu, B. H., Phan, H. P., Hong, K. S., & Usop, H. (2023). Is the inverse method more effective than the balance method on learning linear equations? A cross-cultural experimental study between Australia and Malaysia. *Asian Journal for Mathematics Education*, *2*(3), 325–349. https://doi.org/10.1177/27527263231194470

Nino Tsulaia. (2023). Constructivism as a theory of learning (foundations and significance). En International Science Group (Ed.), *Proceedings of the IX International Scientific and Practical Conference "Basics of learning the latest theories and methods* (pp. 228–232). International Science Group. https://www.researchgate.net/publication/372244917_Constructivism_as_a_theory_of_learning_foundations_and_significance

Nugroho, H. (2024). Pendekatan STEM berbantuan Geogebra pada materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel untuk meningkatkan representasi matematis. *Jurnal Ilmiah WUNY*, *6*(1), 50–62. https://doi.org/10.21831/jwuny.v6i1.72275

Oliveira Maia, L. E. de, & Lima Vasconcelos, F. H. (2022). O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS, EM ESPECIAL O GEOGEBRA, PARA O ENSINO DE GEOMETRIA: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA. *Revista Prática Docente*, *7*(1), e031. https://doi.org/10.23926/RPD.2022.v7.n1.e032.id1415

Oliveras-Ortiz, Y., Bouillion, D. E., & Asbury, L. (2021). Learning Spaces Matter: Student Engagement in New Learning Environments. *Journal of Education*, *201*(3), 174–182. https://doi.org/10.1177/0022057420908062

Olivo-Franco, J. L., & Corrales Jaar, J. (2020). De los entornos virtuales de aprendizaje: hacia una nueva praxis en la enseñanza de la matemática. *Revista Andina de Educación*, *3*(1), 8–19. https://doi.org/10.32719/26312816.2020.3.1.2

Olugbenga Alani Adesina, & Temitope Abosede Sosanwo. (2025). The Impact of GeoGebra on Senior Secondary Students' Performance in Algebra. *FNAS Journal of Mathematics and Science Education*. https://fnasjournals.com/index.php/FNAS-JMSE/article/view/686

Orihuela Carmen. (2024). Estrategias de resolución de problemas matemáticos en estudiantes: una revisión sistemática. *Revista InveCom*. https://doi.org/10.5281/zenodo.12659918

Orna Guamán, F. A. (2023). *GeoGebra como herramienta pedagógica en la enseñanza de ecuaciones matemáticas en la Cecibeb "Lizardo García" 2022-2023* [UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN]. https://repositorio.unae.edu.ec/items/f9880a9b-d1da-408d-9009-840f67a201d1

Otten, M., van den Heuvel-Panhuizen, M., Veldhuis, M., Boom, J., & Heinze, A. (2020). Are Physical Experiences with the Balance Model Beneficial for Students' Algebraic Reasoning? An Evaluation of two Learning Environments for Linear Equations. *Education Sciences*, *10*(6), 163. https://doi.org/10.3390/educsci10060163

Panjaitan, M. (2024). Implementation Of Geogebra As A Mathematics Learning Medium By Applying A Problem-Based Learning Model (Pbm). *Edumaniora : Jurnal Pendidikan dan Humaniora*, *3*(02), 59–64. https://doi.org/10.54209/edumaniora.v3i02.55

Panta Bailón, L. A., & Pisco Román, J. W. (2023). Aplicación de metodología para el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de nivel básico

superior. *MQRInvestigar*, *7*(1), 2964–2981. https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.1.2023.2964-2981

Paredes, Y. V., Siegle, R. F., Hsiao, I.-H., & Craig, S. D. (2020). Educational Data Mining and Learning Analytics for Improving Online Learning Environments. *Proceedings of the Human Factors and Ergonomics Society Annual Meeting*, *64*(1), 500–504. https://doi.org/10.1177/1071181320641113

Parra-Rocha, D. S., Chiluiza-Vásquez, W. P., & Castillo-Conde, D. A. (2022). Inclusión Tecnológica en Época de Pandemia: Una Mirada al Constructivismo como Fundamento Teórico. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, *13*(2), 16–25. https://doi.org/10.37843/rted.v13i2.288

Parrish, A. H., & Sadera, W. A. (2020). Teaching Competencies for Student-Centered, One-to-One Learning Environments: A Delphi Study. *Journal of Educational Computing Research*, *57*(8), 1910–1934. https://doi.org/10.1177/0735633118816651

Paucar Arellano, G. M., Yaselga Fernández, R. X., Cuaical Morillo, J. A., Vargas Yaselga, R. J., Fajardo Calle, S. A., & Calderón Mancheno, D. G. (2025). El aprendizaje significativo en la era digital: una revisión sistemática de estrategias pedagógicas y tecnológicas. *Revista Latinoamericana de Calidad Educativa*, *2*(4), 62–69. https://doi.org/10.70625/rlce/355

Paunesku, D., & Farrington, C. A. (2020). Measure Learning Environments, Not Just Students, to Support Learning and Development. *Teachers College Record: The Voice of Scholarship in Education*, *122*(14), 1–26. https://doi.org/10.1177/016146812012201404

Pegalajar Palomino, M. del C., & Rodríguez Torres, Á. F. (2023). Digital literacy in university students of education degrees in Ecuador. *Frontiers in Education*, *8*. https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1299059

Peña Duanys. (2022). Pros y limitaciones del conectivismo de acuerdo con el sistema de gestión educativa en el Ecuador. *REVISTA CIENTIFICA*. https://www.cienciayeducacion.com/index.php/journal/article/view/166

Peña Katia, Marin Freddy, & Iguarán Maldis. (2025). Theoretical Perspectives on Connectivism: A Comparative Analysis of the Contributions of George Siemens and Stephen Downes in the Framework of the Social Management of Educational Knowledge. *Linguistic and Philosophical Investigations*. https://philolinginvestigations.com/index.php/journal/article/view/675/

Phương, H. T. M., & An, N. T. (2022). SỬ DỤNG TIẾP CẬN DẠY HỌC THEO BỐI CẢNH NHẰM THÚC ĐẨY NĂNG LỰC GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ VỀ PHƯƠNG TRÌNH CHO HỌC SINH LỚP 10. *Tạp chí Khoa học*, *19*(12). https://doi.org/10.54607/hcmue.js.19.12.3442(2022)

Piaguage-Criollo, C. T., Masaquiza-Chango, C. D., & García-Hevia, S. (2024). La evaluación del desempeño docente y el mejoramiento continuo de la gestión educativa. *MQRInvestigar*, *8*(4), 1046–1064. https://doi.org/10.56048/MQR20225.8.4.2024.1046-1064

Polo Aronés, L. E. (2020). La resolución de problemas: una mirada desde el constructivismo, el aprendizaje significativo y el conectivismo. *Acta Herediana*, *63*(1), 55–60. https://doi.org/10.20453/ah.v63i1.3702

Prado, A. (2021). Conectivismo y diseño instruccional: ecología de aprendizaje para la universidad del siglo XXI en México. *Márgenes Revista de Educación de la Universidad de Málaga*, *2*(1), 4–20. https://doi.org/10.24310/mgnmar.v2i1.9349

Prakash Chand, S. (2023). Constructivism in Education: Exploring the Contributions of Piaget, Vygotsky, and Bruner. *International Journal of Science and Research (IJSR)*, *12*(7), 274–278. https://doi.org/10.21275/SR23630021800

Preciado Angélica. (2021). *Principios del constructivismo en la propuesta pedagógica institucional de la Unidad Educativa Particular Julio María Matovelle del cantón La Troncal* [Thesis , Universidad Técnica Particular de Loja]. https://dspace.utpl.edu.ec/handle/20.500.11962/28511

Prediger, S., Gravemeijer, K., & Confrey, J. (2015). Design research with a focus on learning processes: an overview on achievements and challenges. *ZDM*, *47*(6), 877–891. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0722-3

Prieto G., J. L., Castillo B., L. A., & Márquez T., M. (2020). Formas de colaboración humana entre profesores y alumnos durante la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *34*(66), 199–224. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a10

Qetrani, S., Ouailal, S., & Achtaich, N. (2021). Enhancing Students' Conceptual and Procedural Knowledge Using a New Teaching Approach of Linear Equations Based on the Equivalence Concept. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *17*(7), em1978. https://doi.org/10.29333/ejmste/10938

Ramón Eliseo Sosa Amarilla. (2021). Aprendizaje significativo de la matemática en la educación escolar, en el marco de la reforma educativa. Año 2021. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *5*(5), 8915–8929. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i5.962

Remijan, K. (2022). Playing with Push Toys and Technology: Solving a System of Linear Equations. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, *13*(1), 31–33. https://doi.org/10.52214/jmetc.v13i1.9067

Rico-Gómez, M. L., & Ponce Gea, A. I. (2022). El docente del siglo XXI: perspectivas según el rol formativo y profesionalS. *Revista Mexicana de Investigación Educativa (RMIE)*, *27*(92), 77–101. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1405-66662022000100077&script=sci_arttext

Rodríguez, M., Mena-Lorca, A., Gregori, P., Vásquez, P., del Valle, M., & Parraguez, M. (2022). Comprensión del conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas: un estudio de casos. *Educación Matemática*, *34*(3), 163–193. https://doi.org/10.24844/EM3403.06

Rosa, A. S. M., Oliveira, W. F., Lyra-silva, G. M. V., & Cedro, W. L. (2020). Brincando com a Álgebra: o uso de jogos no ensino de sistemas de equações lineares. *TANGRAM - Revista de Educação Matemática*, *3*(4), 173–189. https://doi.org/10.30612/tangram.v3i4.10968

Rubio Gaviria, D., & Jiménez Guevara, J. E. (2021). Constructivismo y tecnologías en educación. Entre la innovación y el aprender a aprender. *REVISTA HISTORIA DE LA EDUCACIÓN LATINOAMERICANA*, *23*(36). https://doi.org/10.19053/01227238.12854

Rubio-Pizzorno, S., & Montiel Espinosa, G. (2021). Ambientes Virtuales de Aprendizaje construidos socialmente con Herramientas de Autor de GeoGebra. *Innovaciones Educativas*, *23*(34), 213–227. https://doi.org/10.22458/ie.v23i34.3432

Rubtsov, V. V. (2024). Development and Learning in the Context of Social Interactions: L. Vygotsky vs J. Piaget. *Cultural-Historical Psychology*, *20*(1), 77–88. https://doi.org/10.17759/chp.2024200111

Sánchez José. (2019). Desarrollo de un entorno digital de aprendizaje desde el Conectivismo y su posterior análisis utilizando algoritmos de machine learning. *EDUTEC. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*. https://doi.org/10.21556/edutec.2019.69.1355

Sanchez-Cabrero, R., Costa-Román, Ó., Mañoso-Pacheco, L., Novillo-López, M. Á., & Pericacho-Gómez, F. J. (2019). Orígenes del conectivismo como nuevo paradigma del aprendizaje en la era digital. *Educación y Humanismo*, *21*(36), 113–136. https://doi.org/10.17081/eduhum.21.36.3265

Sarmiento-Segovia, M. J., & Moscoso-Bernal, S. A. M.-B. (2023). Geogebra como recurso de la enseñanza de matemática: caso Unidad Educativa Kennedy. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, *6*(Suplemento 2), 269–276. https://doi.org/10.62452/5518z767

Sattari-Ardabili, F., & De Hoyos-Guevara, A. J. (2026). Connectivism and networked learning in contemporary higher education. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, *9*(2), 90–97. https://doi.org/10.62452/m94ra565

Seema Rani, S. (2022). “Interval and Fuzzy System of Linear Equations in Real Life”. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education* . https://doi.org/10.17762/turcomat.v10i1.13244

Selvy, Y., Ikhsan, M., Johar, R., & Saminan. (2020). Improving students’ mathematical creative thinking and motivation through GeoGebra assisted problem based learning. *Journal of Physics: Conference Series*, *1460*(1), 012004. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1460/1/012004

Senadheera, P., & Kulasekara, G. U. (2022). A Formative Assessment Design Suitable for Online Learning Environments and its Impact on Students’ Learning. *Open Praxis*, *13*(4), 385–396. https://doi.org/10.55982/openpraxis.13.4.261

Septian, A., Darhim, & Prabawanto, S. (2020). Mathematical representation ability through geogebra-assisted project-based learning models. *Journal of Physics: Conference Series*, *1657*(1), 012019. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012019

Setianingrum, R. S., Syamsuri, S., & Setiani, Y. (2020). ANALYZING STUDENTS' LEARNING DIFFICULTIES IN ALGEBRA. *MaPan*, *8*(1), 19. https://doi.org/10.24252/mapan.2020v8n1a2

Silva, J. B. da. (2020). A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel: uma análise das condições necessárias. *Research, Society and Development*, *9*(4), e09932803. https://doi.org/10.33448/rsd-v9i4.2803

Silva-Quiroz, J., & Morales-Morgado, E. M. (2022). Assessing digital competence and its relationship with the socioeconomic level of Chilean university students. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, *19*(1), 46. https://doi.org/10.1186/s41239-022-00346-6

Silviani, S. A., Mashuri, M., & Wijayanti, K. (2020). Algebraic thinking ability of VIIth grade students in mathematics using SAVI learning model. *Unnes Journal of Mathematics Education*, *9*(2), 154–159. https://doi.org/10.15294/ujme.v9i2.32380

Souza, E. R. de, & Vieira, J. de A. (2024). O ensino de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas com a utilização do GeoGebra no oitavo ano do Ensino Fundamental. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, *13*(32), 1–23. https://doi.org/10.33871/rpem.2024.13.32.9552

Sugama Maskar, Audra Pramitha Muslim, Darhim Darhim, Tatang Herman, & Nicky Dwi Puspaningtyas. (2024). Linear Equation and Linear Function: An Alternative Material Based on Visual Representation in Mathematics. *INOMATIKA*, *6*(2), 67–82. https://doi.org/10.35438/inomatika.v6i2.469

Suhairel Ariff Shaiful Idham, Zarith Sofiah Othman, & Ainon Zarina Mohamed Nadzri. (2024). Assessing the Effectiveness of GeoGebra as a Teaching Aid in Enhancing Secondary School Students' Understanding of Linear Equations. *International Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia.* https://www.researchgate.net/publication/390811625

Sung, W., & Black, J. B. (2021). Factors to consider when designing effective learning: Infusing computational thinking in mathematics to support thinking-doing. *Journal of Research on Technology in Education*, *53*(4), 404–426. https://doi.org/10.1080/15391523.2020.1784066

Tamayo Muñoz, W. S., & Moya Martínez, L. A. (2024). El Aprendizaje Significativo En La Educación Matemática: "Un Estudio De Caso Sobre La Implementación De Una Metodología Activa En El Aula". *Boletín Científico Ideas y Voces*, *4*(3). https://doi.org/10.60100/bciv.v4i3.179

Tarazona Mirabal, H. (2020). Observaciones para la construcción y validación de instrumentos de investigación. *Desafíos*, *11*(2), 177–182. https://doi.org/10.37711/desafios.2020.11.2.213

Tomanguilla Reyna, J., Ríos Gonzales, J. D., Villoslada Quevedo, C. V., & Cruzado Paredes, C. E. (2024). Competencias digitales en el desarrollo del aprendizaje autónomo en estudiantes universitarios de Trujillo. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, *8*(35), 2100–2111. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v8i35.854

Torres, E. M. A., Pérez, N. Y. M., Cardenas, K. J. A., & Cardenas, B. S. A. (2022). El Conectivismo, un nuevo paradigma para la educación. *South Florida Journal of Development*, *3*(1), 361–379. https://doi.org/10.46932/sfjdv3n1-028

Torres-Madroñero, E. M., Torres-Madroñero, M. C., & Ruiz Botero, L. D. (2020). Challenges and Possibilities of ICT-Mediated Assessment in Virtual Teaching and Learning Processes. *Future Internet*, *12*(12), 232. https://doi.org/10.3390/fi12120232

Triet, L. V. M., & Loc, N. P. (2020). The Students' Limitations in Solving a Problem with the Aid of GeoGebra Software: A Case Study. *Universal Journal of Educational Research*, *8*(9), 3842–3850. https://doi.org/10.13189/ujer.2020.080907

Usdiyana, D., Jupri, A., & Sispiyati, R. (2020). The Use of Realistic Mathematics Education Theory for Designing an Algebra Learning Sequence: The Case of Linear Equations in One Variable. *Proceedings of the Proceedings of the 7th Mathematics, Science, and Computer Science Education International Seminar, MSCEIS 2019, 12 October 2019, Bandung, West Java, Indonesia*. https://doi.org/10.4108/eai.12-10-2019.2296410

Uwurukundo, M. S., Maniraho, J. F., & Tusiime, M. (2020). GeoGebra integration and effectiveness in the teaching and learning of mathematics in secondary schools: A review of literature. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, *16*(1), 1–13. https://doi.org/10.4314/ajesms.v16i1.1

Vaca Montenegro, M. L., Haro Vaca, E. K., Jaramillo Suárez, H. W., Narváez Córdova, C. G., Revelo Morales, E. X., & Muñoz Cervantes, A. P. (2025). Constructivismo y mediación tecnológica: transformaciones del rol docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Revista Latinoamericana de Calidad Educativa*, *2*(4), 325–331. https://doi.org/10.70625/rlce/352

Vaca Montenegro, M. L., Portilla Vaca, K. V., Portilla Vaca, A. R., Galarza Portilla, M. A., Terán Urgilés, G. A., & Salazar Ojeda, K. Y. (2026). El constructivismo como fundamento para la innovación pedagógica en la educación superior contemporánea. *Revista Multidisciplinar Innova Scientia*, *2*(1), 347–353. https://doi.org/10.70625/rmis/573

Vásquez Villanueva, S., Vásquez Campos, S. A., Vásquez Villanueva, C. A., & Vásquez Villanueva, L. (2021). Hacia el conectivismo: docente y estudiante, sus roles en el espacio virtual. *Paidagogo*, *3*(1), 52–65. https://doi.org/10.52936/p.v3i1.46

Vega Vega, A. L., Analuisa González, A. F., & Tinitana Castillo, V. del C. (2024). La Utilización del Modelo Constructivista Dentro Del Proceso Enseñanza-Aprendizaje. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *8*(1), 8729–8738. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i1.10204

Velazquez, R. V., Maldonado Zúñiga, K., Del Valle Holguín, W. J., & Valdéz Tamayo, P. (2020). Motivación de los estudiantes hacia el uso de la tecnología para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Científica Sinapsis*, *1*(16). https://doi.org/10.37117/s.v1i16.246

Veraksa, A., Cunha de Araujo, G., & Solovieva, Y. (2024). Editorial: Education and development in early years from cultural-historical theory. *Frontiers in Psychology*, *15*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2024.1360576

Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: a survey. *ZDM*, *52*(1), 1–16. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01130-4

Viberg, O., Grönlund, Å., & Andersson, A. (2023). Integrating digital technology in mathematics education: a Swedish case study. *Interactive Learning Environments*, *31*(1), 232–243. https://doi.org/10.1080/10494820.2020.1770801

Victoria Gómez, Elsa Henríquez, & Gisella Blaschke. (2020). EL CONECTIVISMO EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA –APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN EL CONTEXTO ACTUAL. *REVISTA PERTINENCIA ACADÉMICA*. https://revistas.utb.edu.ec/index.php/rpa/article/view/2543

Villacis Vásquez, X., Karina Andrade, F., & Vigoa Escobedo, Y. (2023). Constructivismo en el aprendizaje: algunas consideraciones teóricas desde la comunicación. *Revista Científica Arbitrada Multidisciplinaria PENTACIENCIAS*, *5*(6), 124–132. https://doi.org/10.59169/pentaciencias.v5i6.847

Weinhandl, R., Lavicza, Z., Hohenwarter, M., & Schallert, S. (2020). Enhancing Flipped Mathematics Education by Utilising GeoGebra. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, *8*(1), 1. https://doi.org/10.46328/ijemst.v8i1.832

Widada, W., Herawaty, D., Rahman, M. H., Yustika, D., Gusvarini, E. P., & Falaq Dwi Anggoro, A. (2020). Overcoming the difficulty of understanding systems of linear equations through learning ethnomathematics. *Journal of Physics: Conference Series*, *1470*(1), 012074. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1470/1/012074

Wilches-Vega, J. D. (2021). Teoría del Conectivismo en el Proceso de Aprendizaje en Red de la Respiración Celular. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, *1*(1), 143–150. https://doi.org/10.37843/rted.v1i1.264

Yerizon, Arnellis, Tasman, F., & Widjaja, W. (2023). Enhancing Junior High School Students' Reasoning of Linear Equations Using GeoGebra Software. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (iJIM)*, *17*(18), 16–32. https://doi.org/10.3991/ijim.v17i18.41441

Ying, C. L., Osman, S., Kurniati, D., Masykuri, E. S., Kumar, J. A., & Hanri, C. (2020). Difficulties that Students Face when Learning Algebraic Problem-Solving. *Universal Journal of Educational Research*, *8*(11), 5405–5413. https://doi.org/10.13189/ujer.2020.081143

Ying, Y. (2020). A conceptual analysis of the equal sign and equation –the transformative component. *Mathematics Education Across Cultures: Proceedings of the 42nd Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 246–254. https://doi.org/10.51272/pmena.42.2020-25

Yıldız, P., ATAY, A., & ÇİFTÇİ, S. K. (2022). Preservice Middle School Mathematics Teachers' Definitions of Algebraic Expression and Equation. *International Journal of Contemporary Educational Research*, *7*(2), 156–164. https://doi.org/10.33200/ijcer.755359

Yohannes, A., & Chen, H.-L. (2021). GeoGebra in mathematics education: a systematic review of journal articles published from 2010 to 2020. *Interactive Learning Environments*, *31*(9), 5682–5697. https://doi.org/10.1080/10494820.2021.2016861

Ziatdinov, R., & Valles, J. R. (2022). Synthesis of Modeling, Visualization, and Programming in GeoGebra as an Effective Approach for Teaching and Learning STEM Topics. *Mathematics*, *10*(3), 398. https://doi.org/10.3390/math10030398

Zuljan, D., Valenčič Zuljan, M., & Pejić Papak, P. (2021). Cognitive Constructivist Way of Teaching Scientific and Technical Contents. *International Journal of Cognitive Research in Science, Engineering and Education (IJCRSEE)*, *9*(1), 23–36. https://doi.org/10.23947/2334-8496-2021-9-1-23-36

ANEXOS

ANEXO 1

LIC. JUAN ELOY BONILLA MSC.

CERTIFICA:

Que, el informe final del proyecto de investigación titulado: "INCIDENCIA DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN LA CAPACIDAD DE ANÁLISIS Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMPLEJOS CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE "BGU" DE LA UNIDAD EDUCATIVA "FÉLIX GRANJA" DURANTE EL PERIODO ACADÉMICO 2025-2026" elaborado por el autor SANDOVAL AGUAGALLO CRISTIAN EDUARDO con C.I. 0202343653 de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y Física de la Facultad de Ciencias de la Educación, Sociales y Filosóficas y Humanísticas de la Universidad Estatal de Bolívar, ha sido debidamente revisado e incorporado las recomendaciones emitidas en la asesoría en tal virtud autorizo su presentación para su aprobación respectiva.

Es todo en cuanto puedo certificar en honor a la verdad, facultando a los interesados dar el presente documento el uso del que estime conveniente.

Guaranda, 25 de junio de 2026

LIC. JUAN ELOY BONILLA
TUTOR

ANEXO 2

Unidad Educativa "Félix Granja Gamazo"
Simiátug | Cantón-Guaranda | Provincia-Bolívar
Código AMIE: 02H00185
PERIODO LECTIVO 2025-2026
RECTORADO

UEFGG

Simiátug; 3 de junio de 2026

Yo, **WILLIAM HERNÁN PAZMIÑO DEL POZO** con número de cedula **0201087681** en calidad de **Rector** de la **Unidad Educativa Félix Granja Gamazo** de la Parroquia de Simiátug.

CERTIFICO

Que, el estudiante Cristian Eduardo Sandoval Aguagallo, con número de cédula N°020234365-3, del Octavo ciclo, Paralelo "A" de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y Física, de la Facultad de Ciencias de la Educación Sociales, Filosóficas y Humanísticas de la Universidad Estatal de Bolívar, ha realizado el Proyecto de Investigación: INCIDENCIA DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN LA CAPACIDAD DE ANÁLISIS Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMPLEJOS CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE "BGU" DE LA UNIDAD EDUCATIVA "FÉLIX GRANJA" DURANTE EL PERIODO ACADÉMICO "2025-2026" previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física

Esto es todo cuanto puedo certificar en honor a verdad, pudiendo el suscrito hacer uso de este documento como estime conveniente.

Atentamente,

Lic. William Pazmiño
RECTOR (e) UEFGG
C.I.: 0201087681

Unidad Educativa FÉLIX A. GRANJA G. Simiátug Prov. Bolívar RECTORADO

Dirección: Matto Grosso S/N y Veintimilla

ANEXO 3







ANEXO 4

UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLÍVAR

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, SOCIALES, FILOSÓFICAS Y HUMANÍSTICAS CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES MATEMÁTICA Y LA FÍSICA

Cuestionario dirigido a los estudiantes de primer año de "BGU" de la Unidad Educativa

"Félix Granja"

El siguiente instrumento tiene como objetivo: Validar el diseño y contenido de la guía de uso del software GeoGebra como herramienta didáctica para la resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones lineales, recaudando criterios acerca de la implementación para el uso de esta guía en las aulas de los estudiantes de primer año de BGU, para así mejorar el aprendizaje de las matemáticas en el marco curricular de resolución de problemas complejos con sistemas de ecuaciones y hacer el uso de la tecnología. Cabe recalcar que su contestación es estrictamente académica para recolectar información para el desarrollo del proyecto de investigación de fin de carrera.

INDICACIONES

- ✓ Lea atentamente cada pregunta antes de contestar
- ✓ Marque la respuesta que considere correcta a su criterio
- ✓ Antes de entregar el cuestionario revise que todas las preguntas estén debidamente contestadas

1. **¿Con qué frecuencia el docente utiliza el software GeoGebra en las clases de matemáticas para trabajar problemas complejos con sistemas de ecuaciones?**

a) Siempre ( )
b) Casi siempre ( )
c) De vez en cuando ( )
d) Nunca ( )

2. **Cuándo el profesor da la clase, ¿sientes que su forma de explicar debería apoyarse en GeoGebra para ayudarte a entender mucho mejor el tema de problemas complejos con sistemas de ecuaciones?**

   a) Siempre ( )
   b) Casi siempre ( )
   c) De vez en cuando ( )
   d) Nunca ( )

3. **¿La forma en que el docente plantea los ejercicios de problemas complejos en clase estimula el desarrollo de habilidades metodológicas para encontrar soluciones utilizando el software?**

   a) Siempre ( )
   b) Casi siempre ( )
   c) De vez en cuando ( )
   d) Nunca ( )

4. **Cuando te confundes, te trabas o no sabes cómo usar alguna herramienta de GeoGebra durante la clase, ¿el docente se acerca a ayudarte y resuelve tus dudas?**

   e) Siempre ( )
   f) Casi siempre ( )
   g) De vez en cuando ( )
   h) Nunca ( )

5. **¿Como estudiante, considera útil la implementación de herramientas didácticas basadas en la tecnología para el aprendizaje de resolución de problemas complejos con ecuaciones?**

   a) Siempre ( )
   b) Casi siempre ( )
   c) De vez en cuando ( )
   d) Nunca ( )

6. **¿Puedes abrir y usar GeoGebra fácilmente desde tu celular, tablet o computadora cuando necesitas hacer tus deberes fuera del colegio?**

   a) Siempre ( )
   b) Casi siempre ( )
   c) De vez en cuando ( )
   d) Nunca ( )

7. **¿La manera en que el profesor organiza los ejercicios cuando utiliza GeoGebra hace que te interese más la clase de matemáticas y te animes a participar?**

a) Siempre ( )
b) Casi siempre ( )
c) De vez en cuando ( )
d) Nunca ( )

8. ¿El uso de GeoGebra permite comprobar los resultados obtenidos de forma manual y corregir errores de manera ágil y eficiente?

a) Siempre ( )
b) Casi siempre ( )
c) De vez en cuando ( )
d) Nunca ( )

9. ¿Ver las líneas (rectas) y el punto donde se cruzan en la pantalla de GeoGebra te ayuda a entender mejor cuál es la respuesta del problema?

e) Siempre ( )
f) Casi siempre ( )
g) De vez en cuando ( )
h) Nunca ( )

10. Cuando un problema de problemas complejos con ecuaciones es largo o difícil, ¿sientes que GeoGebra te facilita el trabajo para encontrar la solución?

a) Siempre ( )
b) Casi siempre ( )
c) De vez en cuando ( )
d) Nunca ( )

Gracias por su colaboración