UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLÍVAR

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, SOCIALES, FILOSÓFICAS YHUMANÍSTICAS

CARRERA DE PEDAGOGIA DE LA MATEMATICA Y FISICA

TEMA

EL SOFTWARE INTERACTIVO GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FIGURAS CÓNICAS EN EL SEGUNDO AÑO BGU DE LA UNIDAD EDUCATIVA “ÁNGEL POLIBIO CHAVES” DEL CANTÓN GUARANDA, PROVINCIA BOLÍVAR DURANTE EL PERIODO 2024.

INTEGRANTES:

GUTIERREZ CHIMBORAZO EDISON DAVID

PANEZO ZAPATA JONATHAN JACOBO

PERIODO ACADÉMICO

2024

TUTOR

LIC. JUAN ELOY BONILLA

TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR OPCIÓN PROYECTO DE INVESTIGACIÓN PRESENTADO A OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADOS EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLÍVAR

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, SOCIALES, FILOSÓFICAS YHUMANÍSTICAS

CARRERA DE PEDAGOGIA DE LA MATEMATICA Y FISICA

TEMA

EL SOFTWARE INTERACTIVO GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FIGURAS CÓNICAS EN EL SEGUNDO AÑO BGU DE LA UNIDAD EDUCATIVA “ÁNGEL POLIBIO CHAVES” DEL CANTÓN GUARANDA, PROVINCIA BOLÍVAR DURANTE EL PERIODO 2024.

INTEGRANTES:

GUTIERREZ CHIMBORAZO EDISON DAVID

PANEZO ZAPATA JONATHAN JACOBO

PERIODO ACADÉMICO

2024

TUTOR

LIC. JUAN ELOY BONILLA

TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR OPCIÓN PROYECTO DE INVESTIGACIÓN PRESENTADO A OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADOS EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

I. DEDICATORIA

En primer lugar, dedico todo a Dios, por ser mi guía y fortaleza en cada paso de este camino. Por brindarme sabiduría, salud y la oportunidad de llegar hasta aquí. Todo esto lo logro gracias a su infinita misericordia.

A mis padres, por su amor incondicional, sus sacrificios y por enseñarme el valor de la perseverancia y la humildad. Su apoyo constante ha sido la base de este logro.

A mis hermanos y familiares, por su aliento y confianza en mis capacidades, incluso en los momentos más difíciles, mis amigos por estar presentes con su amistad sincera, por brindarme ánimos en los momentos de agotamiento y por recordarme la importancia de disfrutar el camino.

Y a todos aquellos que de alguna manera contribuyeron a la culminación de esta etapa tan importante en mi vida, les dedico con gratitud este logro.

David Gutiérrez

Este proyecto de investigación quiero a dedicarle a mis padres Cecilia y Jacobo por haberme forjado y brindado su apoyo en los logros que he obtenido a lo largo del camino en los que incluye este presente proyecto, a mis hermanos por brindarme palabras de apoyo y esperanza, que de una u otra manera contribuyeron en el logro de mis objetivos.

Jonathan Panezo

II. AGRADECIMIENTO

Primero, agradezco a Dios, por brindarme la fortaleza, sabiduría y salud necesarias para superar cada reto y lograr este importante objetivo en mi vida sin su guía este logro no habría sido posible.

A mis padres, por su amor incondicional, apoyo constante y por ser mi mayor fuente de inspiración. Sus sacrificios y enseñanzas me han permitido alcanzar cada una de mis metas.

A mis hermanos, por su compañía, apoyo y por creer siempre en mis capacidades, incluso cuando yo dudaba de ellas.

A mis profesores y mentores, quienes me guiaron a lo largo de mi formación académica, con paciencia y dedicación, compartiendo su conocimiento y ayudándome a crecer tanto profesional como personalmente.

Finalmente, a todos aquellos que de alguna manera contribuyeron a la culminación de este proyecto, les expreso mi más sincero agradecimiento cada palabra de aliento, cada gesto de apoyo y cada consejo han sido valiosos para llegar hasta aquí.

David Gutiérrez

Al finalizar esta etapa importante y maravillosa de mi vida quiero extender un profundo e inmenso agradecimiento A las personas que hicieron posible este sueño brindando apoyo, inspiración y fortaleza. Agradezco este triunfo especialmente a Dios, Mis padres Cecilia Zapata y Jacobo Panezo, Mis Hermanos, Mi novia Nohemi Proaño y amigos por ser el pilar fundamental en mi proceso universitario. Doy mi gratitud también a mis queridos docentes,

quienes a lo largo de este transcurso académico brindaron su apoyo y enseñanzas para formarme como profesional en esta prestigiosa carrera como profesional y como una persona de bien, deseando ser un ejemplo a seguir para los jóvenes y futuras generaciones de la prestigiosa Universidad Estatal De Bolívar. Y a nuestro tutor Lic., Juan Eloy Bonilla por su incondicional apoyo para la realización y culminación de nuestro proyecto.

Jonathan Panezo

III. CERTIFICACION DEL TUTOR

UEB UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLIVAR

UNIDAD DE INTEGRACIÓN CURRICULAR

Lcdo. Juan Eloy Bonilla, MSC

CERTIFICA

Que el informe final del proyecto de investigación, titulado "EL SOFTWARE INTERACTIVO GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FIGURAS CÓNICAS EN EL SEGUNDO AÑO BGU DE LA UNIDAD EDUCATIVA "ÁNGEL POLIBIO CHAVES" DEL CANTÓN GUARANDA PROVINCIA DE BOLÍVAR DURANTE EL PERIODO 2024..", elaborado por los autores GUTIERREZ CHIMBORAZO DAVID EDISON y PANEZO ZAPATA JONATHAN JACOBO, egresados de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Matemática y la Física de la Facultad de Ciencias de la Educación, Sociales, Filosóficas y Humanísticas de la Universidad Estatal de Bolívar ha sido debidamente revisado e incorporado las revisiones emitidas en la asesoría, en tal virtud autorizo su presentación para su aprobación respectiva.

Es todo cuanto puedo certificar en honor a la verdad, facultando a los interesados dar al presente documento el uso legal que consideren conveniente.

Guaranda, 26 de septiembre del 2024

LCDO. JUAN ELOY BONILLA, MSC

TUTOR.

IV. AUTORIA NOTARIADA

UEB UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLIVAR

BIBLIOTECA GENERAL

DERECHOS DE AUTOR

Yo/nosotros **GUTIÉRREZ CHIMBORAZO EDISON DAVID** y **PANEZO ZAPATA JONATHAN JACOBO** portador/res de la Cédula de Identidad No **0250032182** y **1850261163** en calidad de autor/res y titular/es de los derechos morales y patrimoniales del Trabajo de Titulación:
EL SOFTWARE INTERACTIVO GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FIGURAS CÓNICAS EN EL SEGUNDO AÑO BGU DE LA UNIDAD EDUCATIVA "ÁNGEL POLIBIO CHAVES" DEL CANTÓN GUARANDA PROVINCIA BOLÍVAR DURANTE EL PERIODO 2024, modalidad proyecto de investigación, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN, concedemos a favor de la Universidad Estatal de Bolívar, una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos. Conservamos a mi/nuestro favor todos los derechos de autor sobre la obra, establecidos en la normativa citada.

Así mismo, autorizo/autorizamos a la Universidad Estatal de Bolívar, para que realice la digitalización y publicación de este trabajo de titulación en el Repositorio Digital, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

El (los) autor (es) declara (n) que la obra objeto de la presente autorización es original en su forma de expresión y no infringe el derecho de autor de terceros, asumiendo la responsabilidad por cualquier reclamación que pudiera presentarse por esta causa y liberando a la Universidad de toda responsabilidad.

Gutiérrez Chimborazo Edison David
Autor 1

Panezo Zapata Jonathan Jacobo
Autor 2

Dirección: Av. Ernesto Che Guevara y Gabriel Secaira
Guaranda-Ecuador
Teléfono: (593) 3220 6059
www.ueb.edu.ec

NOTARIA TERCERA
Mgs. Ab. Henry Rojas Narváez
GUARANDA - ECUADOR

UNIVERSIDAD DE BOLIVAR
1989
SAPIENTIA OMNIUM POTENTIOR EST

DECLARACIÓN JURAMENTADA DE AUTORIA

Nosotros **GUTIÉRREZ CHIMBORAZO ÉDISON DAVID** CI: 025003218-2 y **PANEZO ZAPATA JONATHAN JACOBO** CI: 185026116-3 egresados de la carrera **PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES "MATEMÁTICAS Y FÍSICA"** modalidad **Hibrida de la facultad CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN SOCIALES FILOSÓFICAS Y HUMANÍSTICAS de la UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLÍVAR** bajo juramento declaramos en forma libre y voluntaria que el presente **TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR-PROYECTO DE INVESTIGACIÓN,** con el tema **"EL SOFTWARE INTERACTIVO GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FIGURAS CÓNICAS EN EL SEGUNDO AÑO BGU DE LA UNIDAD EDUCATIVA "ÁNGEL POLIBIO CHAVES" DEL CANTÓN GUARANDA, PROVINCIA BOLÍVAR DURANTE EL PERIODO 2024"** es de nuestra autoría.

Atentamente:

Gutiérrez Chimborazo
Edison David
CI: 025003218-2

Panezo Zapata
Jonathan Jacobo
CI: 185026116-3

Notaria Tercera del Cantón Guaranda
Msc.Ab. Henry Rojas Narvaez
Notario

....rio

Nº ESCRITURA 20240201003P03153

DECLARACION JURAMENTADA

OTORGADA POR:

PANEZO ZAPATA JONATHAN JACOBO Y

GUTIERREZ CHIMBORAZO EDISON DAVID

INDETERMINADA

DI: 2 COPIAS H.R.

Factura: 001-006-000007104

En la ciudad de Guaranda, capital de la provincia Bolívar, República del Ecuador, hoy día veinte de Noviembre del dos mil veinticuatro, ante mi Abogado Magister HENRY ROJAS NARVAEZ, Notario Público Tercero del Cantón Guaranda, comparecen las señoritas: **PANEZO ZAPATA JONATHAN JACOBO** soltero, celular 0982618879, correo electrónico es jpanezo@mailes.ueb.edu.ec domiciliado en Alpachaca del Cantón Guaranda Provincia Bolívar, y, **GUTIERREZ CHIMBORAZO EDISON DAVID** soltero, celular 0962719500, correo electrónico es edgutierrez@mailes.ueb.edu.ec, domiciliado en Joyocoto cantón Guaranda, Provincia Bolívar , por sus propios derechos, obligarse a quienes de conocerlas doy fe en virtud de haberme exhibido sus documentos de identificación y con su autorización se ha procedido a verificar la información en el Sistema Nacional de Identificación Ciudadana; bien instruidas por mí el Notario con el objeto y resultado de esta escritura pública a la que procede libre y voluntariamente, advertidos de la gravedad del juramento y las penas de perjurio, me presenta su declaración Bajo Juramento declaran lo siguiente "Previo a la obtención del Título de Licenciados en Pedagogía de las Matemáticas y la Física, de la carrera de Pedagogía De Las Ciencias Experimentales, (Matemáticas y Física), a través de la Facultad de Ciencias de la Educación, Sociales, Filosóficas y Humanísticas de la Universidad Estatal de Bolívar, manifestó que los criterios e ideas emitidas en el presente estudio de caso titulado: **EL SOFTWARE INTERACTIVO GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FIGURAS CÓNICAS EN EL SEGUNDO AÑO BGU DE LA UNIDAD EDUCATIVA ``ÁNGEL POLIBIO CHÁVEZ`` DEL CANTÓN GUARANDA, PROVINCIA BOLÍVAR DURANTE EL PERIODO 2024**`` de .. es de nuestra exclusiva responsabilidad en calidad de autoras". Es todo cuanto puedo declarar en honor a la verdad, la misma que la hago para los fines legales pertinentes. HASTA AQUÍ LA DECLARACIÓN JURADA. La misma que elevada a escritura pública con todo su valor legal. Para el otorgamiento de la presente escritura pública se observaron todos los preceptos legales del caso, leída que les fue a los comparecientes por mí el Notario en unidad de acto, se incorpora al protocolo de esta Notaria la presente escritura, de todo lo cual doy fe.-

PANEZO ZAPATA JONATHAN JACOBO
C.C 1850616163

GUTIERREZ CHIMBORAZO EDISON DAVID
C.C. 0250032187

AB. HENRY ROJAS NARVAEZ
NOTARIO PUBLICO TERCERO DEL CANTON GUARANDA

V. INDICE

I. DEDICATORIA i
II. AGRADECIMIENTO ii
III. CERTIFICACION DEL TUTOR iv
IV. AUTORIA NOTARIADA v
V. INDICE viii
VI. INDICE DE TABLAS x
VII. INDICE DE GRAFICAS xii
VIII. INDICE DE FIGURAS xiv
IX. RESUMEN xvi
X. ABSTRACT xvii
XI. INTRODUCCION xviii
1. TEMA 1
2. ANTECEDENTES 2
3. PROBLEMA 5
3.1. Descripción del problema 5
3.2. Formulación del problema 6
4. JUSTIFICACION 7
5. OBJETIVOS 9
5.1. Objetivo General 9
5.2. Objetivos Específicos 9
6. MARCO TEORICO 10
6.1. Teoría Científica 10
6.1.1. Constructivismo 10
6.1.2. Conectivismo 11
6.1.3. Recursos Didácticos 13
6.1.4. Software Interactivo 16
6.1.5. GeoGebra 18
6.1.6. Figuras Cónicas 21
6.1.7. Circunferencia 22
6.1.8. Parábola 23
6.1.9. Elipse 24
6.1.10. Hipérbola 25

6.2. Teoría Legal 27
6.3. Teoría Referencial 30
7. METODOLOGIA 32
7.1. Enfoque de investigación 32
7.2. Diseño o tipo de estudio 32
7.3. Métodos 32
7.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos 33
7.5. Universo y muestra 33
7.6. Procesamiento de Información 33
8. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS 34
9. CONCLUSIONES 49
10. PROPUESTA 50
10.1. Titulo 50
10.2. Introducción 50
10.3. Objetivos 51
10.3.1. Objetivo general 51
10.3.2. Objetivos específicos 51
10.4. Desarrollo 51
10.5. Ejercicios Propuestos 91
Bibliografía 92
Anexos 94

VI. INDICE DE TABLAS

TABLA 1 34

1. *¿Presenta dificultades para entender lo que es una figura cónica?* 34

TABLA 2 35

2. ¿Reconoce cada uno de los elementos que compone las diferentes figuras cónicas? 35

TABLA 3 36

3. ¿Logra diferenciar una figura cónica cuando se encuentra en el centro origen y en centro (h, k)? 36

TABLA 4 38

4. *¿Se cree capaz de resolver y poder ubicar de forma correcta la posición de los focos tanto de la parábola, elipse e hipérbola?* 38

TABLA 5 40

5. ¿Logra transformar la ecuación canónica a la ecuación general y viceversa de las diferentes figuras? 40

TABLA 6 41

6. *¿El método pedagógico impartido por su docente le permite comprender las actividades relacionadas a las cónicas?* 41

TABLA 7 43

7. *¿Aparte de los métodos tradicionales su profesor/a utiliza otros recursos didácticos para la enseñanza de las cónicas?* 43

TABLA 8 44

8. *¿Considera usted que el uso de recursos didácticos adecuados, permite incentivar a los estudiantes en el aprendizaje y resolución de las figuras cónicas?* 44

TABLA 9 46

9. *¿Cree que GeoGebra podría ayudar en la comprensión tanto gráfica como analíticamente en la enseñanza de las cónicas?* 46

TABLA 10 47

10. ¿Conoce como utilizar GeoGebra en la resolución de alguna figura cónica? 47

VII. INDICE DE GRAFICAS

GRAFICA 1 34

¿Presenta dificultades para entender lo que es una figura cónica? 34

GRAFICA 2 35

¿Reconoce cada uno de los elementos que compone las diferentes figuras cónicas? 35

GRAFICA 3 37

¿Logra diferenciar una figura cónica cuando se encuentra en el centro origen y en centro (h, k)? 37

GRAFICA 4 39

¿Se cree capaz de resolver y poder ubicar de forma correcta la posición de los focos tanto de la parábola, elipse e hipérbola? 39

GRAFICA 5 40

¿Logra transformar la ecuación canónica a la ecuación general y viceversa de las diferentes figuras? 40

GRAFICA 6 41

¿El método pedagógico impartido por su docente le permite comprender las actividades relacionadas a las cónicas? 41

GRAFICA 7 43

¿Aparte de los métodos tradicionales su profesor/a utiliza otros recursos didácticos para la enseñanza de las cónicas? 43

GRAFICA 8 45

¿Considera usted que el uso de recursos didácticos adecuados, permite incentivar a los estudiantes en el aprendizaje y resolución de las figuras cónicas? 45

GRAFICA 9 46

¿Cree que GeoGebra podría ayudar en la comprensión tanto gráfica como analíticamente en la enseñanza de las cónicas? 46

GRAFICA 10 47

¿Conoce como utilizar GeoGebra en la resolución de alguna figura cónica? 47

VIII. INDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 Ubicación de la Unidad Educativa "Ángel Polibio Chaves" 31

FIGURA 2 Aplicativo GeoGebra 52

FIGURA 3 Elementos de GeoGebra 53

FIGURA 4 Circunferencia 53

FIGURA 5 Ecuación Canónica (Centro Origen) 54

FIGURA 6 Ecuación Canónica (Centro h, k) 55

FIGURA 7 Ejercicio 1 (Circunferencia) 56

FIGURA 9 Ejercicio 3 (Circunferencia) 59

FIGURA 10 Parábola 60

FIGURA 11 Ejercicio 1 (Parábola) 65

FIGURA 12 Ejercicio 2 (Parábola) 66

FIGURA 13 Ejercicio 3 (Parábola) 68

FIGURA 14 Ejercicio 4 (Parábola) 69

FIGURA 15 Ejercicio 5 (Parábola) 71

FIGURA 15 Elipse 72

FIGURA 17 Ejercicio 1 (Elipse) 76

FIGURA 18 Ejercicio 2 (Elipse) 78

FIGURA 18 Ejercicio 3 (Elipse) 80

FIGURA 19 Hipérbola 81

FIGURA 20 Ejercicio 1 (Hipérbola) 86

FIGURA 21 Ejercicio 2 (Hipérbola) 88

FIGURA 22 Ejercicio 3 (Hipérbola) 90

IX. RESUMEN

El siguiente proyecto investigativo se efectuó con la finalidad de proponer y potencializar el software GeoGebra como un recurso didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje con el tema de las figuras cónicas para los estudiantes de segundo de bachillerato de la Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves, debido a que los alumnos presentan dificultades por el método de enseñanza empleados por los docentes ya que los mismos se van por los recursos didácticos tradicionales presentando así un vacío.

La metodología de la presente investigación posee un enfoque mixto debido al uso de herramientas de recolección de información cualitativa y cuantitativa, con un tipo de estudio tanto descriptivo como explicativo así mismo teniendo en cuenta los siguientes métodos: inductivo y deductivo.

Empleando una encuesta como técnica de investigación para recopilar datos en donde el número total de población fueron 106 estudiantes y se tomó como muestra a 83 alumnos de los tres cursos de bachillerato. Con los resultados obtenidos se logró reconocer que los estudiantes presentan un bajo conocimiento sobre las cónicas y que no reconocen otros recursos didácticos ni su utilización del aplicativo propuesto en el proyecto de investigación. La propuesta diseñada se basa en una guía didáctica, dividida en cuatro subniveles, una para cada figura, proponiendo así una estrategia didáctica para potenciar el aprendizaje de las cónicas por medio del software interactivo GeoGebra ya que es una herramienta practica y novedosa.

Palabras Clave: GeoGebra, geometría analítica, figuras cónicas, enseñanza-aprendizaje

X. ABSTRACT

This investigative project was carried out with the purpose of proposing and enhancing the GeoGebra software as a didactic resource in the teaching-learning process of conic sections for second-year high school students at Ángel Polibio Chaves Educational Unit. This is due to students' difficulties with traditional teaching methods employed by teachers, resulting in a gap. The methodology used in this research has a mixed approach, combining qualitative and quantitative data collection tools, with both descriptive and explanatory study types, and considering inductive and deductive methods. A survey was employed as a research technique to collect data from a total population of 106 students, with a sample of 83 students from three high school courses. The results showed that students have limited knowledge of conic sections and do not recognize other didactic resources or the use of the proposed software. The designed proposal is based on a didactic guide, divided into four sub-levels, one for each conic section, outlining a didactic strategy to enhance learning through interactive GeoGebra software, a practical and innovative tool.

Keywords: GeoGebra, analytic geometry, conic sections, teaching-learning

XI. INTRODUCCION

En el mundo matemático, la geometría analítica sirve como puente entre el mundo del álgebra abstracta y la realidad de la geometría tangible, ilustrando el fascinante teatro de las operaciones matemáticas. En términos generales, la geometría analítica se centra en el estudio de elementos geométricos como puntos, segmentos, líneas, curvas, superficies y volúmenes. Para ello, se crean ecuaciones algebraicas que describen y relacionan estos elementos, permitiendo controlarlos mediante métodos algebraicos.

Al tratar con formas cónicas, el proyecto fomenta el uso de técnicas analíticas, esperando que los estudiantes sean capaces de "identificar la circunferencia, elipse, parábola e hipérbola a partir de las ecuaciones cartesianas. Para que los estudiantes comprendan cada cónica como las formas, los pares ordenados y las posiciones geométricas que las representan, decidimos desarrollar una propuesta de aprendizaje basada en guías que favorecieran la comprensión del tema que las describen" (Ministerio de Educación, 2001, p.41).

Es por ello que en esta investigación trata de promover el uso gratuito de GeoGebra como herramienta para el mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas ya que las construcciones geométricas que se pueden realizar en este entorno permiten a los estudiantes especular sobre las propiedades de los objetos geométricos representados.

En este trabajo se ha considerado una metodología con un enfoque mixto cualitativo-cuantitativo y un tipo de estudio tanto descriptivo como explicativo, utilizando un método de encuesta a los alumnos de la unidad educativa.

1. TEMA

El software interactivo GeoGebra como herramienta didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las figuras cónicas en el segundo año BGU de la unidad educativa "Ángel Polibio Chaves" del cantón Guaranda provincia de Bolívar durante el periodo 2024.

2. ANTECEDENTES

Jiménez y Romero (2020) en su investigación titulada "ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PLANA UTILIZANDO EL SIMULADOR GEOGEBRA EN EL GRADO SÉPTIMO", desarrollada en la Institución Educativa CEDID Ciudad Bolívar, en Colombia. Los investigadores tuvieron como objetivo fortalecer el proceso enseñanza y aprendizaje de la geometría plana utilizando el simulador GeoGebra en estudiantes de grado séptimo, se utilizó una fase diagnóstica conformada por una encuesta y se la complemento con una prueba tipo saber, dónde se pudo evidenciar el desinterés, bajo desempeño y escaso uso de la tecnología en los procesos académicos.

Bravo (2023) en su proyecto de investigación la cual se desarrolló en la Unidad Educativa "Guillermo Mensi" ubicada en la ciudad de Cuenca, esta tuvo como objetivo la aplicación de una estrategia didáctica basada en GeoGebra para contribuir al proceso de enseñanza aprendizaje de las cónicas, la cual se dirigió a los estudiantes de Segundo de Bachillerato. La investigadora opto por una metodología la cual se caracterizó por el paradigma sociocrítico y el enfoque mixto, aplicando técnicas (pretest, análisis documental, encuestas y post test) e instrumentos (cuestionarios y ficha) específicos para la obtención de información lo cual permitió identificar incidencia positiva en el nivel de alcance de las destrezas con criterio de desempeño, motivación de los estudiantes, ambiente interactivo y la mejora de las habilidades en el manejo del software GeoGebra.

Así mismo Jiménez y Ochoa (2023) también realizaron su investigación en la ciudad de Cuenca con la diferencia que la aplicaron en la Unidad Educativa "Manuel J. Calle", la cual tuvo como finalidad el uso de GeoGebra, como una estrategia didáctica que permita fortalecer la forma de aprender las secciones cónicas de manera interactiva y dinámica la cual se enfocó

en estudiantes de tercer año de bachillerato Técnico. Se utilizó una metodología la cual trata con un paradigma socio crítico y un enfoque cualitativo, que esta se fundamenta en la crítica social y autorreflexiva de los datos cualitativos recopilados a través de e entrevistas y encuestas, dando como resultados que muestran que la estrategia didáctica basada en actividades interactivas con el uso de GeoGebra, estimula la creatividad, curiosidad e imaginación de los estudiantes, además promueve el aprendizaje de las cónicas, mediante el desarrollo del pensamiento crítico. s de entrevistas y encuestas.

Por otra parte Narváez (2023) aplico su investigación en la Unidad Educativa "Teodoro Gómez de la Torre" ubicada en la ciudad de Ibarra, con el propósito de identificar las particularidades y características relacionada con el proceso de enseñanza de la sección de cónicas, los problemas y dificultades la cual estuvo dirigida a 120 estudiantes de tercero de bachillerato, donde se utilizó una encuesta, dando como resultado que el 50% los estudiantes presentaron problemas respecto a la metodología y de los recursos propuestos por el docente para la enseñanza de la asignatura, además el 56% de los docentes no utilizaban recursos digitales como medios para mejorar los aprendizajes.

Brito (2022) esta investigación se desenvolvió en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo la misma que está situada en la ciudad de Riobamba, con el objetivo de aplicar el software libre GeoGebra como herramienta didáctica-tecnológica para el proceso enseñanza-aprendizaje de las cónicas y su incidencia en el rendimiento académico del curso de Geometría Analítica la cual se encamino a los estudiantes de Nivelación. El indagador destino que la recolección de datos se realice mediante la aplicación de evaluaciones distribuidas en seis instrumentos: una prueba diagnóstica compuesta por 10 preguntas; 4 talleres de 5 ítems y una prueba final de 10 preguntas. Lo que género que el resultado fuera que el 43% de estudiantes

parten con calificaciones menor o igual a 4/10 y solo el 1% con calificaciones entre 9 a 10/10, en correlacionar la prueba de diagnóstico se evidenció una diferencia significativa en la mediana de las evaluaciones, por ello se concluye que el uso del Programa GeoGebra para la enseñanza de cónicas incide positivamente.

3. PROBLEMA

3.1.Descripción del problema

En la Universidad Autónoma de Yucatán la enseñanza de la geometría se ha tornado una dificultad para la gran mayoría de personas, existe una gran falta de comprensión en conceptos básicos, falta de motivación y confianza en las propias habilidades puesto que la geometría analítica es parte de la matemática una de las ciencias exactas (Jarero & Tuyub, 2010).

Sin embargo, la geometría analítica aún no ha recibido la prioridad que merece en los planes de estudio escolares, ni es posible introducir cambios en la enseñanza para crear un entorno propicio para el aprendizaje significativo de los estudiantes.

"La geometría analítica debe presentar modelos algebraicos de situaciones geométricas, pero tan pronto como los estudiantes conocen estos nuevos métodos, de repente se ven arrojados a un mundo computacional y simbólico, donde la conexión entre situaciones geométricas y sus modelos algebraicos se rompe, y la interpretación geométrica de los cálculos a menudo se ignora (Soto, 2013).

En este articulo realizada por la Universidad Técnica de Manabí nos muestra los resultados obtenidos por la falta de enseñanza de la geometría en la educación secundaria, esto ha provocado un vacío en el conocimiento holístico de la matemática, lo cual dificulta la enseñanza de otras asignaturas como análisis matemático, álgebra lineal, geometría descriptiva, etc. La capacidad para resolver problemas geométricos desarrolla un razonamiento deductivo coherente, y dado que esta deficiencia existe en el nivel de la escuela secundaria, este tipo de destrezas y habilidades no se potenciarán a futuro en la educación superior (Aray et al., 2019).

3.2.Formulación del problema

¿Cómo facilita el software interactivo GeoGebra como herramienta didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las figuras cónicas en el segundo año BGU de la Unidad Educativa “Ángel Polibio Chaves” del cantón Guaranda provincia de bolívar durante el periodo 2024??

4. JUSTIFICACION

En este sentido, el presente trabajo se realiza porque los estudiantes de segundo año de bachillerato general unificado en la Unidad Educativa "Ángel Polibio Chaves" presentan dificultades de aprendizaje de la geometría analítica, particularmente en la interpretación y resolución de las figuras cónicas, lo que ha generado dificultades de bajo rendimiento académico. Como resultado, los estudiantes pueden perder interés en la materia por completo, lo que lleva a conflictos en su vida académica y dificultades para comprender el área de la geometría analítica con el tema de las cónicas.

En el área de la Geometría han existido falencias por parte de los estudiantes ya que la manera de enseñanza está basada en la metodología tradicional y premian la memorización y repetición, es por ello que se considera **importante** la implementación de un software interactivo y gratuito que está abierto a cualquier tipo de público en el que es fácil poder interactuar como lo es GeoGebra ya que este es un recurso didáctico que permitirá la mejor comprensión de la circunferencia, parábola, elipse e hipérbole con sus respectivas características.

Como se está en constantes cambios es **necesario** empezar a innovar en la transmisión de conocimientos maestro-alumno, ya que a través de este medio se combinará diferentes métodos de aprendizaje el visual y auditivo ya que estos al ser unidos se conseguirá una mejoría en los resultados como el desarrollo de habilidades y conocimientos lo cual ayudará con una base estable para sus estudios a futuro.

Cuando se habla de las cónicas se habla de un tema que no es muy bien recordado por el alumno es por ello que nuestro trabajo de investigación novedad pedagógica es la creación de una guía didáctica empleando el correcto orden de enseñanza de las cónicas atreves de este

maravilloso software GeoGebra ayudándonos a que los estudiantes aprendan por medio de la interacción tecnológica.

Sabiendo que el mundo el cual vivimos a dado comienzo y fin a varias eras durante toda la historia y esta vez no es la excepción en donde ahora mismo nos encontramos en la era digital, de tal manera que creemos que este proyecto es **factible** porque nos permite contribuir no solo al ahora si no también al mañana ya que este presente trabajo puede servir como una ayuda y construcción estructural para futuros trabajos de investigación que se darán con el avance de nuevas tecnologías.

Este proyecto de investigación busca el de normalizar y tomar ayuda de los avances tecnológicos allí la necesidad de la exploración del conocimiento del estudiante acerca de las figuras cónicas, con el fin de sobrellevar una mejor interacción en el aula clase y no caer en la monotonía.

Entre los beneficiaros del proyecto serán los estudiantes de segundo de bachillerato de la institución, los docentes del área de la matemática y los autores de la investigación. Los estudiantes tendrán una mejor comprensión sobre el tema, adquirirán nuevos conocimientos y tendrán un mejor manejo con la tecnología. Los docentes adquirirán una metodología alternativa innovadora y práctica considerando las deficiencias dentro el área de la geometría, los autores del presente proyecto tendremos como beneficio la obtención del título en Licenciatura en la Pedagogía de la Matemática y la Física.

5. OBJETIVOS

5.1. Objetivo General

Fomentar GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza- aprendizaje de las figuras cónicas en el segundo año BGU de la Unidad Educativa “Ángel Polibio Chaves” del Cantón Guaranda Provincia de Bolívar durante el periodo 2024.

5.2.Objetivos Específicos

- Diagnosticar el nivel de conocimiento de los alumnos sobre las propiedades y características de las figuras cónicas.
- Indicar de una forma comprensible y sencilla los elementos de las cónicas a través de sus figuras en el plano.
- Diseñar una guía didáctica basada en GeoGebra para la facilitación del proceso de enseñanza-aprendizaje de las cónicas.

6. MARCO TEORICO

6.1. Teoría Científica

6.1.1. Constructivismo

El constructivismo es una teoría educativa ampliamente reconocida que promueve el aprendizaje significativo, argumentando que los estudiantes generan conocimientos de manera activa en lugar de recibirlos pasivamente. Esta teoría defiende la utilización de métodos que desafían y enriquecen los procesos mentales previos de los alumnos, subrayando la relevancia de dichos procesos en su aprendizaje. A través de enfoques constructivistas, los estudiantes no solo desarrollan habilidades cognitivas, metacognitivas y socioemocionales, sino que también adquieren la autonomía necesaria para enfrentar desafíos globales, guiados por la investigación, la acción y la reflexión (Tigse, 2018).

En esencia, el constructivismo postula que el conocimiento no se reduce a la mera reproducción de una realidad ya existente, sino que resulta de un proceso dinámico e interactivo en el que el cerebro interpreta y reinterpreta la información que recibe del entorno. A través de este proceso, el cerebro va construyendo gradualmente modelos explicativos que, a medida que evolucionan, se vuelven más complejos y sólidos, lo que nos permite comprender la realidad a través de los modelos que somos capaces de desarrollar (Serrano & Pons, 2011).

La educación es muy importante en nuestra sociedad. Las aulas tienen estudiantes diversos, lo que requiere que los educadores sean innovadores, creativos y exploratorios.

El constructivismo se establece como uno de los paradigmas más significativos en el campo de la psicología, con importantes repercusiones en el ámbito educativo. Este enfoque se basa en una teoría del conocimiento que busca entender las necesidades fundamentales del proceso de enseñanza-aprendizaje. Su estructura abarca el diagnóstico, el análisis, la planificación, la toma de decisiones y la evaluación del aprendizaje, lo que proporciona una perspectiva holística sobre cómo se desarrolla este proceso.

La relevancia del constructivismo radica en su capacidad para transformar el papel del docente, quien deja de ser simplemente un transmisor de información y se convierte en un facilitador que emplea estrategias cognitivas, metacognitivas y afectivas para generar situaciones de aprendizaje que permitan a los estudiantes activar y construir sobre sus conocimientos previos.

En este modelo, los estudiantes son el eje central del aprendizaje, participando de manera activa en el proceso, interactuando con los contenidos y logrando aprendizajes verdaderamente significativos.

6.1.2. Conectivismo

Esta teoría explica cómo aprendemos en un mundo digital y social que está cambiando muy rápido, en el mundo de hoy, con tanta tecnología y conexión a internet, los profesores deben tener en cuenta las ideas de pensadores como Siemens y Downes. En esta teoría, aprendemos cuando conectamos ideas en nuestra mente y el modelo dice que el aprendizaje se parece a una red con puntos y líneas que los conectan. El Conectivismo es una forma de aprender la cual combina ideas sobre el desorden, la red, la complejidad y la organización propia. Aprender es algo que hacemos en internet usando cosas básicas que no controlamos del todo (Eduarea, 2014).

Hoy en día, la tecnología nos afecta en todo: en la escuela, en casa y hasta en nuestra salud. En el ámbito educativo, es importante reflexionar y analizar sobre este tema y sus consecuencias. El autor dice que los profesores tienen que guiar a los alumnos en esta teoría del aprendizaje, es importante que los estudiantes elijan fuentes de información confiables y que sepan seleccionarlas correctamente, saber distinguir la información más relevante, datos importantes y sin importancia. Por otro lado, los estudiantes deben aprender a elegir y hay muchas maneras y dispositivos para recibir y compartir información. Por lo tanto, el punto de partida es esencial del conectivismo comienza con el individuo, que en nuestro caso es el estudiante (Norma, 2020).

Por eso, usar esta teoría como un tipo de enseñanza ayuda mucho a una actualización constante de habilidades digitales para nuestros estudiantes. Aprender a usar las redes sociales para compartir cosas y tener la habilidad o capacidad especial que tiene una persona para hacer algo de manera excelente. Sin embargo, según los críticos, el conectivismo no se considera una teoría de aprendizaje. Verhagen dice que las ideas sobre cómo aprendemos deben ser simples y fáciles de entender y se enfoca en cómo las personas aprenden (Norma, 2020).

La falta de habilidades tecnológicas y las prácticas tradicionales en la educación son grandes problemas para incorporar la tecnología en las escuelas, tanto para maestros, estudiantes y administradores.

El conectivismo es una buena idea para probar en las clases, sin cambiar la educación tradicional que seguimos. Es importante explorarlo con cuidado y equilibro, sin dejar de lado los métodos que ya usamos.

6.1.3. Recursos Didácticos

Los recursos didácticos representan herramientas fundamentales que median en la transmisión del conocimiento, propiciando una interacción multisensorial que enriquece la comprensión de contenidos específicos mediante estímulos perceptuales que facilitan la asimilación de información. Ayudan a los estudiantes a adquirir ciertos conocimientos, hacen que la comunicación entre profesores y estudiantes sea más efectiva, lo que significa que puede conducir a cambios duraderos en las actitudes de los alumnos.

Optimiza la comprensión académica mediante una presentación didáctica y accesible, transformando conceptos abstractos en elementos perceptibles y manipulables. El material pedagógico abarca una diversidad de recursos multimedia e instrumentos tecnológicos que facilitan la asimilación del conocimiento, promoviendo una dinamización del proceso educativo y estimulando la motivación colectiva hacia el aprendizaje.

Estos recursos ayudarán a los educadores a mejorar su trabajo en el aula, diseñados de manera estratégica con el propósito de generar motivación en los educandos, consolidar los procesos de construcción de conocimiento y establecer un vínculo coherente entre los fundamentos teóricos y las aplicaciones prácticas en el entorno académico.

La función de un recurso didáctico es que este debe tener en cuenta el grupo al que está destinado para lograr el objetivo y que el recurso sea realmente útil (Vargas, 2017).

Las características de los recursos de aprendizaje incluyen:

a) Proporcionar información
b) Lograr el objetivo
c) Gestionar el proceso de aprendizaje
d) Poner a los estudiantes en contexto

e) Promover la comunicación entre profesores y estudiantes

f) Los sentidos se acerquen a las ideas

g) Motivar a los estudiantes

Los recursos didácticos continúan desarrollándose con el tiempo, y aún más especialmente con la aparición de nuevas tecnologías en la educación.

Recursos Educativos Digitales

Los recursos educativos digitales o informáticos tienen su propósito y cada una con singularidad propia, abre un camino hacia una educación integral, adaptable y accesible para cualquier momento y lugar. Desde plataformas en línea hasta programas audiovisuales, estos recursos se han ido convirtiendo en pilares fundamentales en la educación moderna.

Con estos cambios realizados con el pasar del tiempo no solo afecto a estudiantes sino de igual manera a profesionales de cualquier edad, ya que están descubriendo nuevas habilidades para el mejoramiento personal como profesional.

Entre los recursos educativos digitales encontramos:

- Plataformas online
- Realidad aumentada
- Blogs educativos
- Simuladores
- Podcast, entre otros

Con la ayuda digital se han roto barreras permitiendo a todas las personas acceder a una mejor oportunidad teniendo un aprendizaje de mejor calidad, este tipo de recursos se adapta a

los diferentes estilos y niveles de enseñanza y aprendizaje lo que esto permite que sea efectivo y atractivo.

La falta de recursos informáticos en la educación actual tiene poco efecto en los estudiantes porque en este mundo globalizado en el que nos encontramos la velocidad de difusión de la información es mucho más rápido que antes y todos pueden adquirir conocimientos sobre cosas nuevas solo con un clic, pero si estos recursos están infrautilizados no podrán competir frente a las dificultades y adversidades actuales.

El uso de la tecnología en la educación motiva a los estudiantes a desarrollar sus capacidades y les ayuda a descubrir nuevos métodos y enfoques. Los recursos digitales son excelentes elementos que mejoran las actividades mentales de los estudiantes, enriqueciendo sus conocimiento y procesamiento de la información.

En el panorama educativo ecuatoriano contemporáneo, la integración sistemática de tecnologías informáticas ha devenido un recurso pedagógico fundamental, la implementación de estos medios digitales propicia en el estudiantado una motivación incrementada para la exploración académica, el análisis documental y la profundización temática. La inclusión de herramientas tecnológicas amplía significativamente los horizontes cognitivos, enriqueciendo simultáneamente la experiencia sensorial mediante estímulos visuales y auditivos que optimizan los procesos de enseñanza-aprendizaje. Mediante la utilización estratégica de recursos digitales, los educandos logran una representación más estructurada y rigurosa de sus hallazgos investigativos, preparándose integralmente para instancias evaluativas y desarrollando competencias de comunicación académica más sofisticadas y argumentativas.

La integración de la tecnología puede ayudar a mejor la eficacia docente y en su aprendizaje, haciendo la investigación más didáctica e introduciendo cambios significativos en la educación actual.

6.1.4. Software Interactivo

Al hablar de un software o programa interactivo es cuando el mismo se utiliza cotidianamente e interactúan con el usuario. Esto facilita la creación ya que en los softwares interactivos no depende de descargar un programa externo para su uso.

Se encuentran en la web, lo que significa que para poder utilizarlos se depende únicamente a una red o conexión wifi (internet) y el crearse una cuenta en la aplicación o en el programa.

Software Educativo

El software educativo se ha convertido en un instrumento muy popular entre los estudiantes, profesores e instituciones educativas. La tecnología educativa tiene una amplia gama de usos y funciones que brindan formas innovadoras, interactivas y efectivas para poder facilitar todos los procesos de aprendizaje.

Dicho software esta diseñado para facilitar al máximo la interacción con su plataforma. Se puede acceder a su base de datos desde dispositivos conectados, permite la interacción entre diferentes áreas para asegurar un trabajo en equipo que sea efectivo.

El objetivo principal del software educativo es brindar a estudiantes y profesores una mejor experiencia de aprendizaje que pueda ser interactiva e interesante para la mejoría de la comprensión y retención de la información. Estos programas de software educativo suelen utilizar elementos multimedia como gráficos, vídeo o audio para ofrecer información de una manera atractiva y destacable (Aguilera, 2023).

Ventajas de un software educativo

La utilización de softwares educativos en la enseñanza y aprendizaje ayuda a mejorar el desempeño general de profesores y alumnos. Además, la tecnología ayuda a solucionar problemas educativos y mejora notablemente la imagen de cualquier institución.

Las ventajas del software educativo incluyen

- **Promueve la autonomía:** la metodología educativa contemporánea promueve la autonomía cognoscitiva de los educandos, minimizando la dependencia instructiva tradicional. En este nuevo paradigma pedagógico, el docente evoluciona hacia una función de facilitador estratégico, cuya misión fundamental radica en proporcionar orientación y acompañamiento, favoreciendo que cada discente configure su trayectoria formativa de manera personalizada, considerando sus particulares ritmos de aprendizaje, motivaciones individuales y requerimientos específicos de desarrollo intelectual.
- **Aporta diversidad:** proporciona a los estudiantes la posibilidad de elegir el software que mejor se ajuste a sus necesidades, lo que les permite progresar a su propio ritmo. Esta flexibilidad también favorece la inclusión, ya que el software puede ser adaptado para atender a alumnos con diversas discapacidades, ya sean motrices, cognitivas, auditivas o visuales, entre otras.
- **Ofrece una evaluación inmediata:** numerosos programas educativos incorporan herramientas de evaluación que permiten a los estudiantes reconocer de forma inmediata sus fortalezas y áreas que requieren mejora, facilitándoles el refuerzo de los temas que aún no han dominado.

- **Sirve para todos los niveles:** se encuentran disponibles aplicaciones educativas que abordan una amplia gama de temas y niveles de enseñanza, ajustándose a las necesidades particulares de cada alumno. Algunos programas se centran en áreas específicas, mientras que otros brindan la flexibilidad necesaria para abordar diversos objetivos educativos.
- **Garantiza el acceso:** el software educativo proporciona a los estudiantes la posibilidad de acceder al contenido en cualquier momento y desde cualquier lugar, lo que facilita un aprendizaje adaptado a sus necesidades individuales. Estas plataformas son compatibles con una variedad de dispositivos, incluyendo computadoras, tabletas y teléfonos inteligentes, lo que favorece el aprendizaje a distancia.
- **Aumenta la motivación:** la incorporación de recursos digitales en el proceso educativo puede potenciar la motivación de los estudiantes. La variedad de métodos de enseñanza contribuye a que el aprendizaje sea más dinámico y accesible, incentivando así a alumnos de todas las edades.
- **Simplifica la gestión administrativa:** el software educativo se encarga de centralizar la gestión de tareas, estructurar procedimientos y facilitar la comunicación entre docentes, la administración escolar y los estudiantes. Esto contribuye a crear un entorno colaborativo y eficiente para la administración de los recursos educativos.

6.1.5. GeoGebra

Durante la última década, la sociedad se ha visto transformada por el desarrollo y la difusión de nuevas tecnologías de la información y la comunicación, que han pasado a denominarse TIC, operando en un entorno digital con Internet como elemento central (Suasnabas et al., 2017).

GeoGebra puede ser utilizado para diversas aplicaciones en diferentes áreas del conocimiento relacionadas con las matemáticas y es de gran utilidad no sólo por los contenidos y aplicaciones que permite comprender, sino también porque se considera como una nueva herramienta didáctica para estudiantes y profesores que están buscando una representación gráfica del contenido teórico.

El curso GeoGebra fue desarrollado por Markus Hohenwarter como parte de su tesis de maestría de 2002 en la Universidad de Salzburgo, Austria. Su propósito fue integrar las ventajas de la geometría dinámica y el cálculo simbólico en una única herramienta.

GeoGebra proporciona tres vistas diferentes para cada objeto matemático: una vista gráfica, una vista numérica, una vista algebraica y una vista de hoja de cálculo. Esta diversidad hace posible comprender los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráficamente (como en el caso de puntos, gráficas de funciones), algebraicamente (como coordenadas de puntos, ecuaciones) y como celdas de una hoja de cálculo, cada representación del mismo objeto está vinculada dinámicamente a otras representaciones de manera automática y adaptativa, absorbiendo los cambios realizados en una de ellas, independientemente de qué objeto la creó originalmente (Arteaga et al., 2019).

La incorporación del software GeoGebra al proceso de enseñanza de las matemáticas supone un gran aporte porque mejora las habilidades críticas y analíticas de los estudiantes en la resolución de problemas y tareas, y también proporciona una perspectiva más amplia sobre los temas del aula de forma promotora del aprendizaje, además, es un software gratuito y de acceso abierto que promueve el uso y aplicación de sus herramientas en matemáticas (Soledispa & García, 2022).

Las investigaciones muestran que GeoGebra hace una contribución significativa al proceso de enseñanza y aprendizaje y mejora la transferencia de conocimientos. Esta herramienta de aprendizaje puede ser utilizada en una variedad de temas como: sistemas de ecuaciones, funciones, diagramas cónicos, etc., reflejando la versatilidad de esta alternativa educativa en términos de aplicación y uso para impartir conocimientos y mejorar el aprendizaje de los estudiantes (Pérez, 2022).

La versión del software proporciona las siguientes vistas vinculadas dinámicamente:

- **Vista de gráficas 2D:** permite crear y manipular figuras geométricas como puntos, líneas y polígonos, además de realizar transformaciones como cortar, mover y rotar objetos. También se pueden graficar funciones y representar áreas definidas por desigualdades.
- **Vista algebraica:** muestra los objetos algebraicos y numéricos reflejados en otras vistas, facilitando la comprensión de las relaciones matemáticas.
- **Vista de gráficos 3D:** permite visualizar objetos tridimensionales como planos, esferas, conos y poliedros, ampliando las opciones gráficas.
- **Vista CAS (Cálculo Simbólico):** facilita cálculos simbólicos avanzados como derivadas, integrales, sistemas de ecuaciones y operaciones matriciales.
- **Vista de probabilidad y estadísticas:** ofrece herramientas para visualizar distribuciones de probabilidad y calcular probabilidades, además de incluir una calculadora para pruebas estadísticas.

GeoGebra tiene las mismas ventajas que cualquier otro software educativo, pero destacan las siguientes:

- Fomentar todo tipo de aprendizaje tanto de forma individual como grupal.

- Fomentar la creatividad: aprender a través de desafíos, aplicando conocimientos y habilidades que han permitido la búsqueda y/o descubrimiento de nuevos conocimientos.
- Promover la formación de conocimientos de los estudiantes.
- Promueve el aprendizaje autónomo y adapta el tiempo de aprendizaje a la actividad.
- Permite adquirir conocimientos y participar en actividades.
- Contienen elementos que llaman la atención de los estudiantes.
- Fomentar la interactividad en el aprendizaje.
- Permite utilizar principios heurísticos casi imposibles de aplicar con otros métodos como movilidad, inducción, generalización, etc.

6.1.6. Figuras Cónicas

Las secciones cónicas, que aparecieron en la Antigua Grecia, son secciones de un cono con un plano. Dependiendo de como este sea su inclinación aparecerá las siguientes figuras: circunferencia, elipse, parábola e hipérbole.

Posteriormente, muchos matemáticos continuaron interesados en los conos, buscando una forma de utilizarlos en otros procesos, como la resolución de ecuaciones de diferentes grados. El hecho de que se generen en forma de secciones cónicas, posteriormente estudiadas como trayectorias geométricas de un conjunto de puntos en un plano que cumplen determinadas propiedades, hace que se desarrollen independientemente del cono y evolucionen por sí solas (Carrillo de Albornoz & de León, 2020).

El paso final de las cónicas se logró con el descubrimiento de sistemas de coordenadas que permitieron definirlas a partir de ecuaciones como curvas tal como se

conocen actualmente, aunque nunca hay que olvidar que se derivaron intuitivamente de un cono.

6.1.7. Circunferencia

La circunferencia es una curva cerrada y bidimensional, en la que todos sus puntos se encuentran a la misma distancia de un punto central conocido como el centro. Se clasifica como plana porque todos sus puntos residen en un mismo plano.

Este tipo de figura se forma cuando un cono se interseca con un plano que es paralelo a su base.

Elementos de la circunferencia

- **Centro:** Un punto interior de la circunferencia que es equidistante de cualquier punto de la misma.
- **Radio:** Se define como el segmento de línea que une el centro de la circunferencia con cualquier punto en su perímetro.
- **Diámetro:** Es el segmento de línea que conecta dos puntos en la circunferencia y atraviesa el centro. Su longitud equivale al doble del radio.
- **Cuerda:** Se trata de un segmento de línea que une dos puntos cualesquiera en la circunferencia.
- **Arco:** Hace referencia a la parte de la circunferencia que se encuentra entre dos puntos determinados.
- **Semicircunferencia:** Es la mitad de la circunferencia que se obtiene al dividirla a través del diámetro.

Podemos decir que las rectas se pueden colocar en estas tres posiciones relativas a la circunferencia:

- **Recta exterior:** Línea recta que no es tangente a la circunferencia en ningún punto.
- **Recta tangente:** Las rectas son tangentes a la circunferencia en un punto.
- **Recta secante:** Línea que toca dos puntos de una circunferencia.

Según los puntos que comparten diferenciamos:

- **Exteriores:** No comparten ningún punto en común.
- **Interiores:** No hay puntos en común, aunque una figura se encuentra dentro de la otra.
- **Tangentes exteriores:** Comparten un punto en común, pero no se incluyen mutuamente.
- **Tangentes interiores:** una se encuentra dentro de la otra y ambas comparten un punto.
- **Secantes:** se corta en dos puntos, es decir, ambas comparten dos puntos en común.
- **Concéntricas:** logran tener un mismo centro.

6.1.8. Parábola

Una parábola es una curva que se forma al intersecar un cono recto con un plano cuya inclinación respecto al eje de rotación del cono coincide con el ángulo de su generatriz. En este contexto, la excentricidad de la parábola es igual a 1, y el plano de corte es paralelo a la generatriz del cono.

Desde otra perspectiva, la parábola puede definirse como el conjunto de puntos en un plano que mantienen la misma distancia de una línea conocida como directriz y de un punto

llamado foco. Esta figura geométrica se encuentra comúnmente en diversas áreas científicas, ya que su forma corresponde a la representación gráfica de una ecuación cuadrática.

Elementos de la parábola

- **Foco:** Se define como el punto fijo de la parábola.
- **Vértice:** Es el punto en el que la parábola cruza el eje correspondiente.
- **Eje de simetría (focal):** Es la línea que conecta el foco y el vértice, siendo perpendicular a la directriz.
- **Directriz:** Se refiere a una línea fija que es perpendicular al eje de simetría.
- **Parámetro:** Indica la distancia entre el foco y el punto más cercano en la directriz.
- **Lado recto:** Es la línea ubicada dentro de la parábola, que pasa por el foco y es paralela a la directriz.

6.1.9. Elipse

Una elipse es una curva cerrada que se define como el conjunto de todos los puntos en un plano donde la suma de las distancias a dos puntos fijos, conocidos como focos, es constante. Esta figura posee dos ejes de simetría y puede ser concebida como el resultado de la intersección entre la superficie de un cono y un plano que se encuentra inclinado respecto a esos ejes.

Elementos de la elipse:

- **Centro:** Es el punto de intersección de los ejes mayor y menor.
- **Focos:** Son dos puntos ubicados en el eje mayor; a medida que la elipse se asemeja a una circunferencia, la distancia entre estos puntos se reduce.

- **Eje mayor:** Es un segmento recto que une los vértices de la figura, y su longitud corresponde a la suma de las distancias desde cada foco hasta cualquier punto en la elipse.
- **Eje menor:** Es un segmento recto que es perpendicular al eje mayor, con sus extremos situados en la elipse.
- **Lado recto:** Es un segmento recto que se encuentra perpendicular al eje mayor, teniendo uno de los focos como extremo; sus extremos están localizados en la elipse. La longitud de este segmento se conoce como distancia focal.
- **Vértices:** Son los puntos extremos ubicados a lo largo del eje mayor.

6.1.10. Hipérbola

En el ámbito de la geometría analítica, la hipérbola se erige como una superficie curvilínea caracterizada por su naturaleza bifurcada. Esta construcción geométrica emerge como el resultado de una disposición matemática específica, donde cada punto inscrito en su trayectoria mantiene una particularidad distintiva: la variación absoluta de sus distancias respecto a dos puntos de referencia establecidos, denominados focos, permanece invariable.

Dicha configuración se origina mediante la intersección de un plano con la superficie cónica, clasificándola dentro del grupo de las secciones cónicas. Su estructura se distingue por presentar dos ramas que se extienden asimétricamente, separándose progresivamente una de otra mientras se alejan de su punto central, lo que genera una representación gráfica única y compleja en el espacio bidimensional.

Elementos de la hipérbola

- **Focos:** Son los dos puntos fundamentales de cada hipérbola, denominados F y F'. La diferencia en las distancias entre cualquier punto de la hipérbola y estos dos focos permanece constante.
- **Eje focal o principal:** Es la recta que une los dos focos de la hipérbola, sirviendo como eje de simetría. Este eje también recibe el nombre de eje transversal.
- **Eje secundario:** Es la recta perpendicular al eje focal, funcionando como el segundo eje de simetría en la hipérbola.
- **Centro:** Es el punto donde se cruzan los dos ejes, representando el centro de simetría de la hipérbola, y también se ubica entre los vértices y los focos.
- **Vértices:** Son los puntos en los que las ramas de la hipérbola cortan el eje focal.
- **Radios vectores:** Hace referencia al segmento de recta que conecta cualquier punto de la hipérbola con ambos focos.
- **Distancia focal:** Se refiere a la medida del segmento de recta que une los dos focos de la hipérbola.
- **Eje mayor o real:** Es el segmento de recta que va desde el punto A hasta el punto A', con una longitud total de 2a.
- **Eje menor o imaginario:** Es el segmento de recta que se extiende entre el punto B y el punto B', con una longitud de 2b.
- **Asíntotas:** Son líneas discontinuas en la gráfica que indican la dirección hacia la cual se acercan las ramas de la hipérbola a medida que se alejan del centro.

6.2. Teoría Legal

Políticas de Educación determinadas por la UNESCO (Organización de Naciones Unidas)

La UNESCO ayuda a los gobiernos a mejorar los marcos legales y políticos de los sistemas educativos y aumentar la eficacia de la rendición de cuentas y la gobernanza, la financiación, la recopilación de datos, el análisis y la evaluación del aprendizaje. Estos proyectos forman parte de la estrategia de educación basada en los derechos humanos de la UNESCO, que se implementa mediante el desarrollo de capacidades y otros programas de asistencia técnica, además de la evaluación de políticas educativas (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, 2023).

Esta política atribuye principalmente a los Estados la protección, respeto y garantía de los derechos de todas las personas a un acceso de por vida a una educación de alta calidad. Dado que las escuelas son centros integrales de desarrollo comunitario sostenible que involucran a maestros, padres, personal y líderes escolares, el "Proyecto Escuelas Felices" tiene como objetivo mejorar la experiencia de aprendizaje y aumentar el interés en el aprendizaje permanente. La iniciativa se centra en el bienestar general de la escuela, no en la felicidad de cada niño individualmente. La UNESCO también enfatiza la importancia de la felicidad en las instituciones educativas (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, 2023).

Ley Orgánica de Educación Intercultural y Reglamento General

Art. 27.- La educación debe ser igualitaria entre géneros, justa y pacífica, promover el pensamiento crítico, la cultura artística y física, iniciativa individual y comunitaria, desarrollo de capacidades y destrezas, participación cívica y creatividad y el crecimiento de capacidades y destrezas laborales. Todos estos requisitos se aplican a una educación participativa,

obligatoria, multicultural, democrática, integrada, diversa y de buena calidad (Ley Orgánica de Educación Intercultural, 2021).

Art. 5.- De la obligación del estado en la educación

Para cumplir con su obligación ineludible de garantizar la educación permanente de todos los ciudadanos ecuatorianos, el Estado debe crear las condiciones necesarias para garantizar la igualdad de oportunidades para que todos ingresen, permanezcan, circulen y completen su educación. El Estado, a través de la Oficina de Derecho Estatal y Educación de la República, supervisa el sistema educativo de conformidad con la Constitución y las leyes de la Republica de Filipinas (Ley Orgánica de Educación Intercultural, 2021).

Art. 9.- De la representación y participación estudiantil

Los cursos en todos los niveles educativos incluirán elementos que inspiren a los estudiantes a involucrarse con las comunidades locales (Ley Orgánica de Educación Intercultural, 2021).

Ministerio de Educación

El artículo 26 de la Constitución de la República del Ecuador establece: “La educación es un derecho vitalicio de las personas y un deber ineludible e inexorable del Estado. Es un área prioritaria de las políticas públicas y de la inversión pública que garantice la igualdad e inclusión social, y la condición necesaria para una buena vida para que las personas, familias y las comunidades tengan el derecho y la responsabilidad de participar en el proceso educativo"; (MINEDUC, 2021).

Que, el artículo 28 de la Constitución de la Republica dispone: “La educación es de interés público y no sirve a los intereses corporativos ni intereses individuales; además,

garantiza el ingreso general, la durabilidad, movilidad y la graduación en el sistema educativo sin ningún tipo de discriminación e imparte estudios de educación primaria, secundaria o su equivalente de manera obligatoria"; (MINEDUC, 2021).

A través de la implementación del Programa de Educación Digital, el Ministerio de Educación del Ecuador promueve el fortalecimiento y mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje en el sistema educativo nacional, incrementando prácticas innovadoras que integran tecnologías digitales para crear y mejorar aprendizajes y conocimientos (MINEDUC, 2021).

De acuerdo a lo establecido en el artículo 18 del Estatuto Orgánico de Gestión Organizacional por procesos del Ministerio de Educación; la Viceministra de Calidad e Igualdad de la Educación promueve el uso de las tecnologías de la información y comunicación en las aulas a través de la Agencia Estatal de Tecnología Educativa mediante la integración de tecnologías, desarrollar contenidos digitales para mejorar el aprendizaje y dotar de equipos de cómputo e Internet (MINEDUC, 2021).

El reglamento de integración curricular de la Universidad Estatal de Bolívar

El artículo 350 de la Constitución de la República del Ecuador establece: "El sistema de educación superior tiene por objeto la formación académica y profesional con una perspectiva científica y humanística; la investigación científica y tecnológica; la innovación y la formulación de soluciones a los problemas nacionales de acuerdo con los objetivos del sistema de desarrollo" (U.E.B, 2021).

El artículo 87 de la Ley de Ecología de la Educación Superior establece que "como requisito previo para la obtención de un título, los estudiantes deben tener el

reconocimiento de servir a la sociedad a través de un plan, proyecto, práctica o práctica preprofesional en los campos de la especialidad a seguir (…)" (U.E.B, 2021).

6.3. Teoría Referencial

La Unidad Educativa "Ángel Polibio Chaves" se encuentra en la provincia de Bolívar, cantón Guaranda en la parroquia Ángel Polibio Chaves, fue creada el 8 de noviembre de 1955, esta institución brinda una educación que cuenta con niveles para Educación Básica y Bachillerato (general unificado técnico en contabilidad y administración).

Está ubicado en el régimen Sierra y se puede llegar al establecimiento por vía terrestre, tienen un total aproximado de 109 docentes **y** 2437 estudiantes**,** el 8 de junio de 2023 se realizaron inversiones por un monto de 9 millones de dólares para mejorar la infraestructura de la institución educativa, dándole nuevas premisas para el desarrollo de sus capacidades cuya obra fue realizada por la empresa española Puentes y la ecuatoriana Semaica, que apuntan a fortalecer la formación integral.

La zona alberga el centro económico y comercial más grande del Departamento de Bolívar, con una amplia gama de actividades comerciales. Allí tienen su sede muchas organizaciones financieras y empresariales nacionales. El comercio, la ganadería y la agricultura son los factores principales de su economía.

El distrito se caracteriza por un alto tránsito peatonal, lo que se explica por ser el distrito comercial de la ciudad, que además de estar cerca de diversas instituciones públicas y privadas, está conectado con una de las principales calles de la ciudad donde se mueven los vehículos tanto cantonales como provinciales.

El clima en la parroquia varía desde los 7°C en la estación fría hasta los 18°C a 24°C en el verano teniendo así un promedio gradual de los 13°C. Es un centro educativo fiscal con una educación regular, modalidad presencial, jornada matutina y vespertina con niveles educativos:

- Inicial
- Educación Básica
- Bachillerato

FIGURA 1 Ubicación de la Unidad Educativa "Ángel Polibio Chaves"



Fuente: Ubicación de la Unidad Educativa "Ángel Polibio Chaves"

7. METODOLOGIA

7.1. Enfoque de investigación

El estudio desarrollado adopta una metodología de investigación integral que combina técnicas analíticas numéricas y descriptivas, con el propósito de evidenciar las limitaciones existentes en la comprensión de la geometría analítica, particularmente en el ámbito de las secciones cónicas, así como la carencia de instrumentos pedagógicos innovadores capaces de captar el interés y la motivación de los educandos durante el proceso de aprendizaje.

7.2. Diseño o tipo de estudio

Descriptivo. - El estudio se fundamentó en el análisis de la implementación de GeoGebra como herramienta pedagógica innovadora, centrándose en su impacto metodológico sobre la comprensión y asimilación de las secciones cónicas

Explicativo. – Este tipo de estudio se utilizará por el hecho de que tenemos que ir explicando paso a paso como toca realizar y resolver cada una de las diferentes figuras cónicas y sus características necesarias para poder graficarlas y aprenderlas.

Bibliográfico. – la metodología también usada es de carácter bibliográfico, ya que se recopilo información minuciosamente por medio de revistas científicas, proyectos de investigación de pregrado y posgrado, obtenidos a través de internet.

7.3. Métodos

Método inductivo. - Por consiguiente, en este método que esta basado en el razonamiento por medio de la observación, se pudo llegar a conclusiones generales y datos específicos por medio del trabajo de campo.

Método deductivo. - Este enfoque metodológico facilita la validación de resultados, permitiendo al investigador transitar de lo general a lo específico. A través de un proceso que utiliza los conocimientos adquiridos, se busca aplicar consecuencias particulares a partir de principios generales.

7.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Para la recolección de datos, se utilizó la técnica de la encuesta, la cual consistió en un cuestionario compuesto por preguntas cerradas y de opción múltiple. Este cuestionario fue diseñado en función del objetivo general y los objetivos específicos de la investigación. La encuesta fue aplicada a los estudiantes del Segundo año de Bachillerato General Unificado (BGU) de la Unidad Educativa "Ángel Polibio Chávez", situada en el cantón Guaranda, provincia de Bolívar.” del cantón Guaranda provincia de Bolívar.

7.5. Universo y muestra

El universo total fue de 106 estudiantes, de los cuales se optó tomar una muestra de 83 personas que conforman a los estudiantes de segundo año de bachillerato general unificado pertenecientes a la Unidad Educativa “Ángel Polibio Chávez”.

7.6. Procesamiento de Información

El empleo de los métodos matemáticos y estadísticos utilizados en Excel, lo cual permitió sistematizar los datos obtenidos y procesar la información para determinar los resultados obtenidos por medio del instrumento de recopilación referente a la enseñanza de las figuras cónicas.

8. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

TABLA 1

1. *¿Presenta dificultades para entender lo que es una figura cónica?*

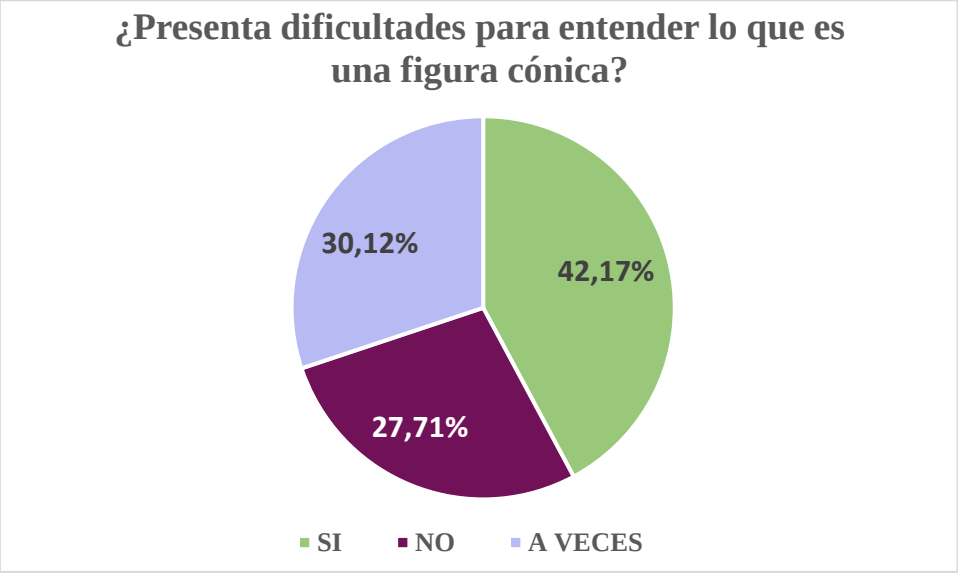
ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	35	42,17
NO	23	27,71
A VECES	25	30,12
	83	100,00

Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

GRAFICA 1

¿Presenta dificultades para entender lo que es una figura cónica?



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

Interpretación

De acuerdo a los resultados, la opción "SI" obtuvo el 42,17%, mientras que la opción "NO" con el 27,71, y "A VECES" con un 30,12%. Como se puede observar la mayoría de alumnos presentan dificultades para entender lo que es una figura cónica, por tanto, presentan dificultades con la asignatura y con el tema en cuestión, por ende, es importante que logren reconocer e identificar una cónica para poder llegar a comprender todo lo que conlleva una cónica.

TABLA 2

2. *¿Reconoce cada uno de los elementos que compone las diferentes figuras cónicas?*

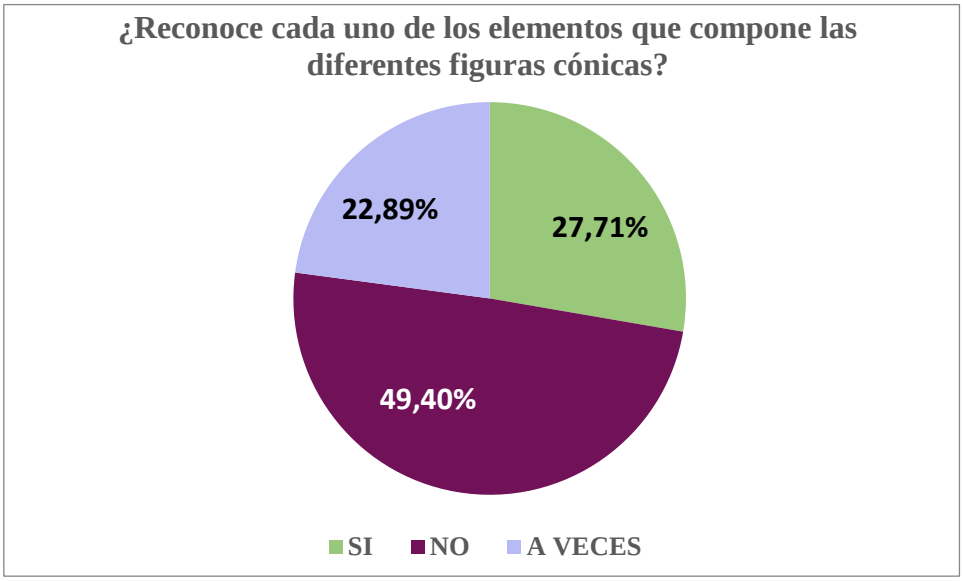
ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	23	27,71
NO	41	49,40
A VECES	19	22,89
	83	100,00

Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

GRAFICA 2

¿Reconoce cada uno de los elementos que compone las diferentes figuras cónicas?



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

Interpretación

Los resultados de la encuesta realizada arrojo que el "SI" obtuvo un 27,71%, el "NO" con un porcentaje de 49,40% y por último la opción "A VECES" con un 22,89%, dando a entender que los alumnos encuestados no logran reconocer los elementos que compone la figura limitando o impidiendo construir el saber matemático.

TABLA 3

3. *¿Logra diferenciar una figura cónica cuando se encuentra en el centro origen y en centro (h, k)?*

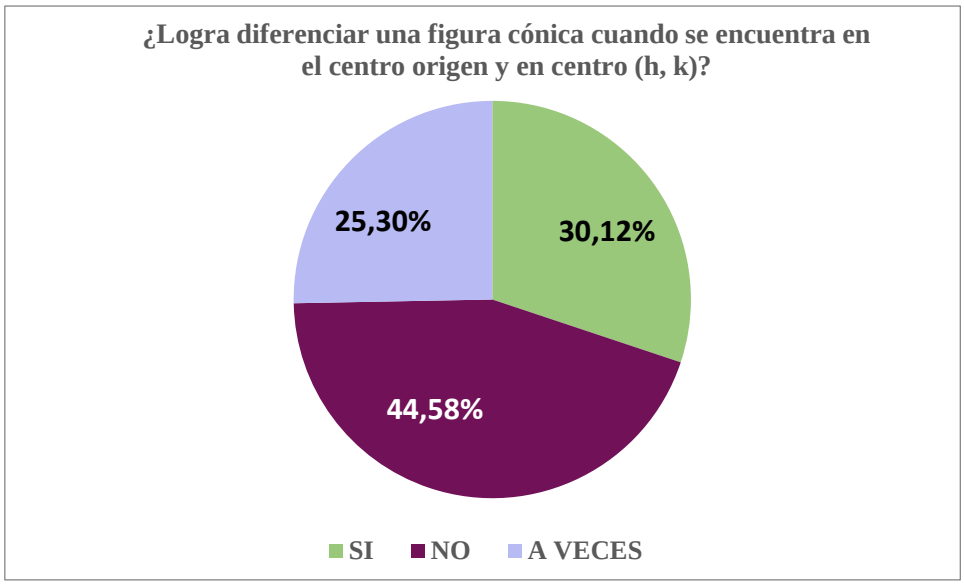
ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	25	30,12
NO	37	44,58
A VECES	21	25,30
	83	100,00

Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

GRAFICA 3

¿Logra diferenciar una figura cónica cuando se encuentra en el centro origen y en centro (h, k)?



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

Interpretación

Podemos observar en la gráfica que los 25 estudiantes respondieron "SI" dando así el 30,12%, 37 estudiantes que es el 44,58% respondieron "NO" y por último 21 estudiantes respondieron "A VECES" teniendo un total del 25,30%. Dando un resultado que los estudiantes niegan poder diferenciar un centro origen y un centro (h, k) de cualquier figura cónica, teniendo un bajo conocimiento de la estructura y posición en las que se pueden encontrar las gráficas de las cónicas en el plano.

TABLA 4

4. *¿Se cree capaz de resolver y poder ubicar de forma correcta la posición de los focos tanto de la parábola, elipse e hipérbola?*

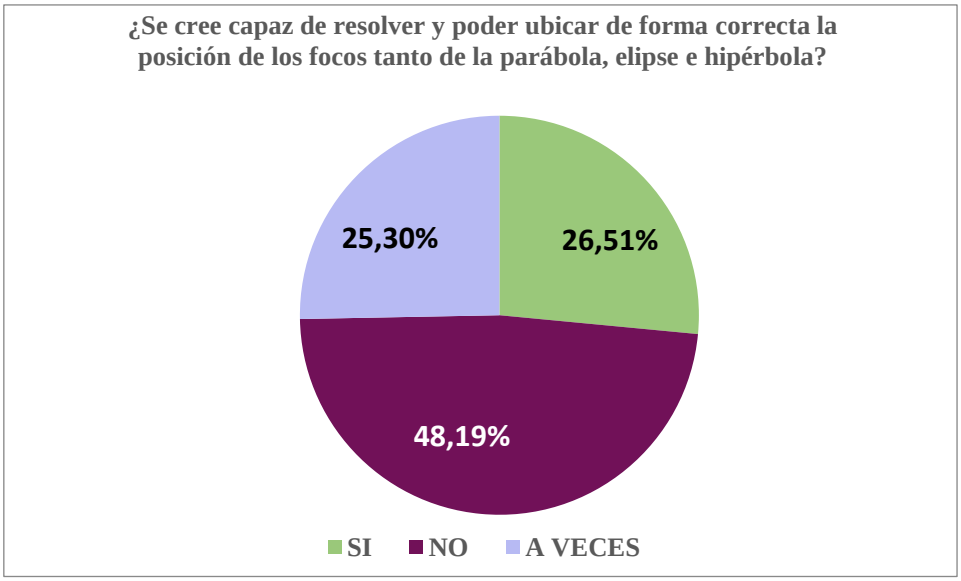
ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	22	26,51
NO	40	48,19
A VECES	21	25,30
	83	100,00

Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

GRAFICA 4

¿Se cree capaz de resolver y poder ubicar de forma correcta la posición de los focos tanto de la parábola, elipse e hipérbola?



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

Interpretación

Con la encuesta aplicada se obtuvo que el 26,51% de los estudiantes respondieron con la alternativa “SI”, el 48,19% respondieron “NO”, y con la alternativa “A VECES” contestaron el 25,30% de los encuestados. Dando a conocer que los estudiantes no se creen capaces de poder resolver y ubicar de manera correcta la posición de los focos tanto de la parábola, elipse e hipérbole, ocasionando dificultades en la parte matemática y grafica ya que si el estudiante no puede resolver y obtener los puntos de los focos posteriormente alterara la figura teniendo una incoherencia entre la gráfica y los focos obtenidos.

TABLA 5

5. *¿Logra transformar la ecuación canónica a la ecuación general y viceversa de las diferentes figuras?*

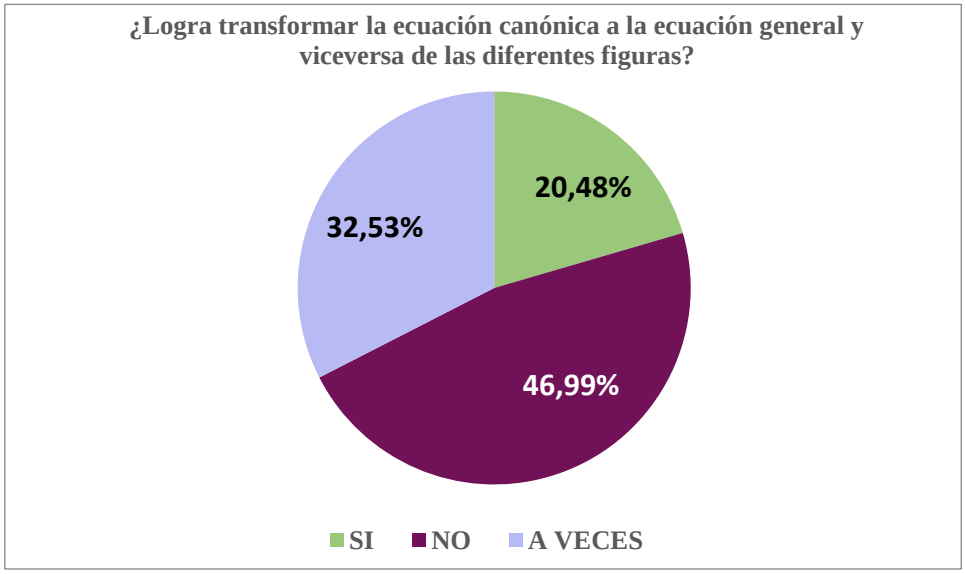
ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	17	20,48
NO	39	46,99
A VECES	27	32,53
	83	100,00

Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

GRAFICA 5

¿Logra transformar la ecuación canónica a la ecuación general y viceversa de las diferentes figuras?



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

Interpretación

Los estudiantes al responder la encuesta se obtuvo los siguientes resultados, el "SI" dio un valor del 20,48%, siguiendo con la opción "NO" con un 46,99% y por último "A VECES" dio un 32,53%. La mayoría de los encuestados no logran transformar una ecuación general a una ecuación canónica o siendo el caso inversamente habiendo así una dificultad para poder resolver el ejercicio correctamente y causar inconvenientes para realizar su interpretación gráfica.

TABLA 6

6. *¿El método pedagógico impartido por su docente le permite comprender las actividades relacionadas a las cónicas?*

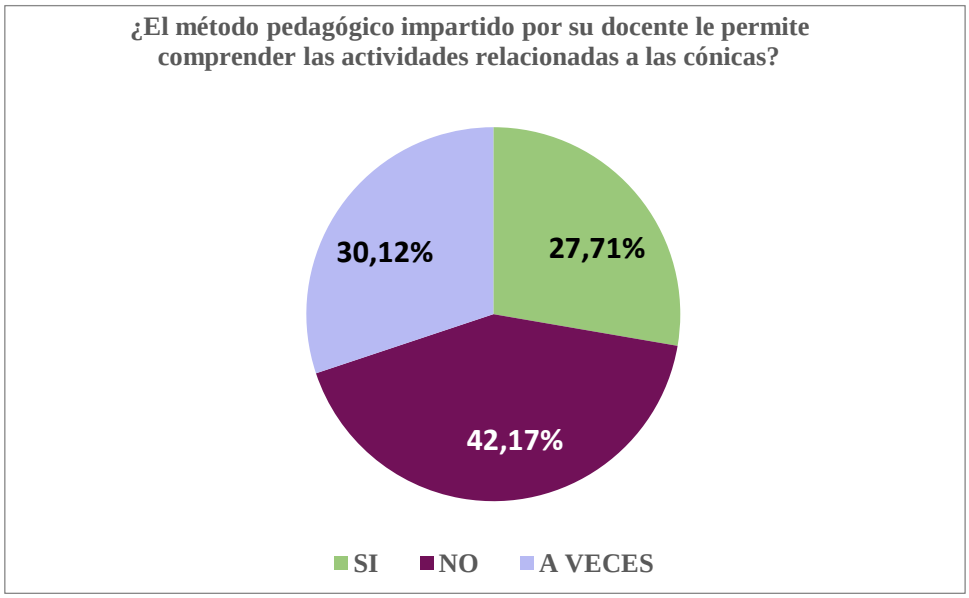
ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	23	27,71
NO	35	42,17
A VECES	25	30,12
	83	100,00

Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

GRAFICA 6

¿El método pedagógico impartido por su docente le permite comprender las actividades relacionadas a las cónicas?



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

Interpretación

De acuerdo a los resultados se puede observar que la alternativa "SI" obtuvo un 27,71%, seguido de la opción "NO" con un resultado del 42,17% y finalmente con la opción "A VECES" obteniendo un 30,12%. De este análisis se observa que la gran parte de estudiantes dan a conocer que el método pedagógico impartido por su profesor no es de ayuda para comprender las actividades de las cónicas ya que con la falta de diversidad en la enseñanza dificulta el proceso de aprendizaje haciendo que la clase se vuelva monótona y obstaculizando el desarrollo lógico del alumno.

TABLA 7

7. *¿Aparte de los métodos tradicionales su profesor/a utiliza otros recursos didácticos para la enseñanza de las cónicas?*

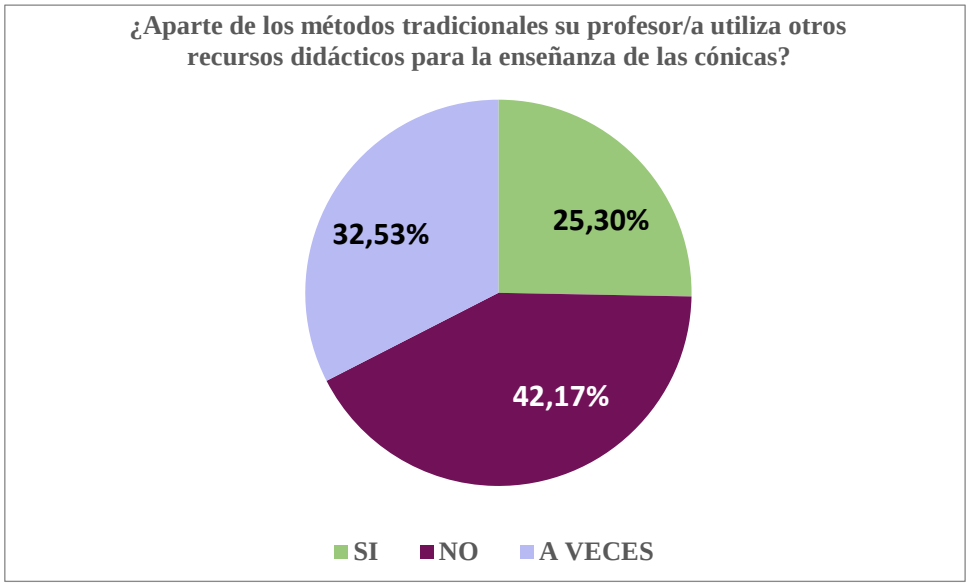
ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	21	25,30
NO	35	42,17
A VECES	27	32,53
	83	100,00

Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

GRAFICA 7

¿Aparte de los métodos tradicionales su profesor/a utiliza otros recursos didácticos para la enseñanza de las cónicas?



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

Interpretación

Con los resultados que se muestra en la tabla se pudo observar que la opción "SI" tiene un 25,30%, siguiendo de la alternativa "NO" con un resultado del 42,17% y por último con la alternativa "A VECES" reflejando un 32,53%. La mayoría de los estudiantes encuestados reflejan que su docente no hace uso de otros recursos didácticos para la enseñanza de las figuras cónicas y centrándose solamente en los métodos tradicionales, teniendo así un bajo rendimiento y no genera suficiente interés sobre el tema a tratar en la hora clase.

TABLA 8

8. *¿Considera usted que el uso de recursos didácticos adecuados, permite incentivar a los estudiantes en el aprendizaje y resolución de las figuras cónicas?*

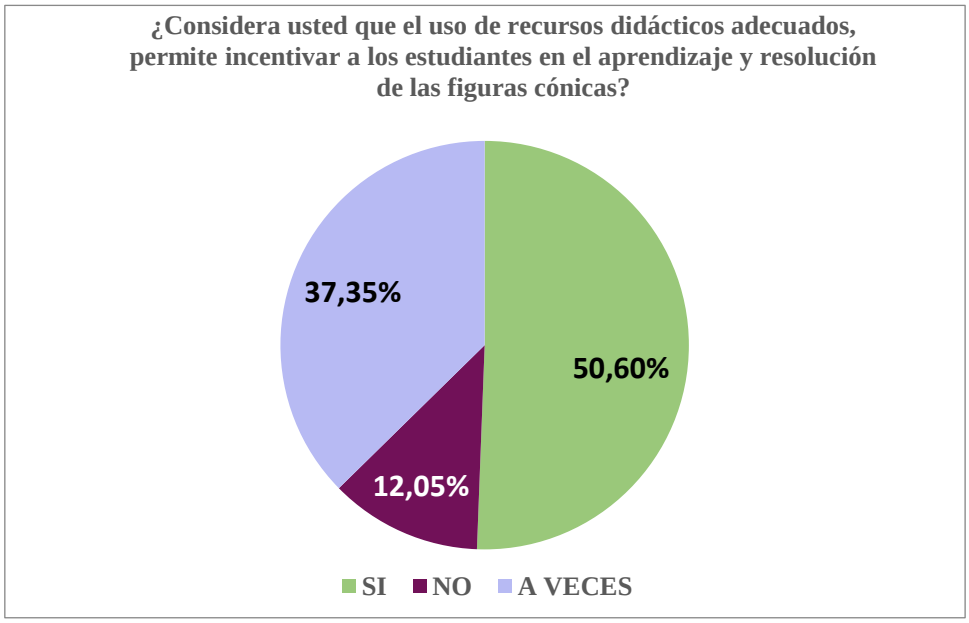
ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	42	50,60
NO	10	12,05
A VECES	31	37,35
	83	100,00

Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

GRAFICA 8

¿Considera usted que el uso de recursos didácticos adecuados, permite incentivar a los estudiantes en el aprendizaje y resolución de las figuras cónicas?



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

Interpretación

De la encuesta aplicada a los estudiantes se obtuvo que el 50,60% respondieron "SI" posteriormente el 12,05% respondieron "NO" y el 37,35% escogieron la alternativa "A VECES" dando como resultados que los encuestados si consideran que el uso de recursos didácticos permite incentivar en el aprendizaje y resolución de las figuras cónicas, teniendo en cuenta que si el docente haría uso de nuevos e interesantes recursos didácticos a la hora de impartir la clase los alumnos tendrán más interés y motivación para aprender lo que se le esta enseñando obteniendo una clase más dinámica y divertida.

TABLA 9

9. *¿Cree que GeoGebra podría ayudar en la comprensión tanto gráfica como analíticamente en la enseñanza de las cónicas?*

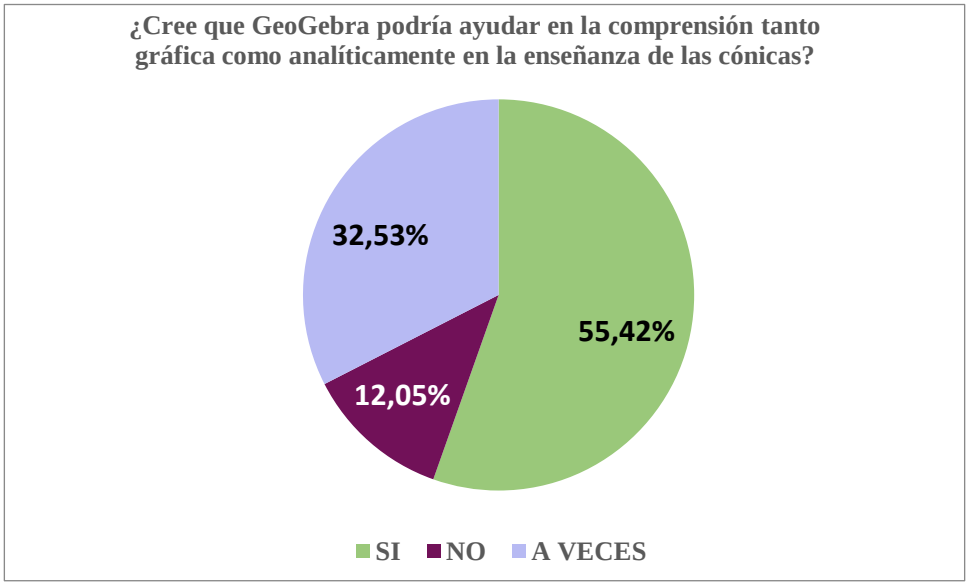
ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	46	55,42
NO	10	12,05
A VECES	27	32,53
	83	100,00

Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

GRAFICA 9

¿Cree que GeoGebra podría ayudar en la comprensión tanto gráfica como analíticamente en la enseñanza de las cónicas?



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

Interpretación

De los resultados obtenidos se da a conocer que el 55,45% de los estudiantes contestaron "SI", el 12,05% contesto que "NO" y el 32,53% escogieron la opción "A VECES". Gran parte de los estudiantes si creen que GeoGebra podría ayudar tanto grafica como analíticamente en la enseñanza de las cónicas, en este sentido, es necesario analizar el impacto del software GeoGebra como herramienta adicional para la enseñanza de las cónicas, de igual manera aumenta significativamente la motivación por el tema y con ello teniendo un desarrollo autónomo.

TABLA 10

10. ¿Conoce como utilizar GeoGebra en la resolución de alguna figura cónica?

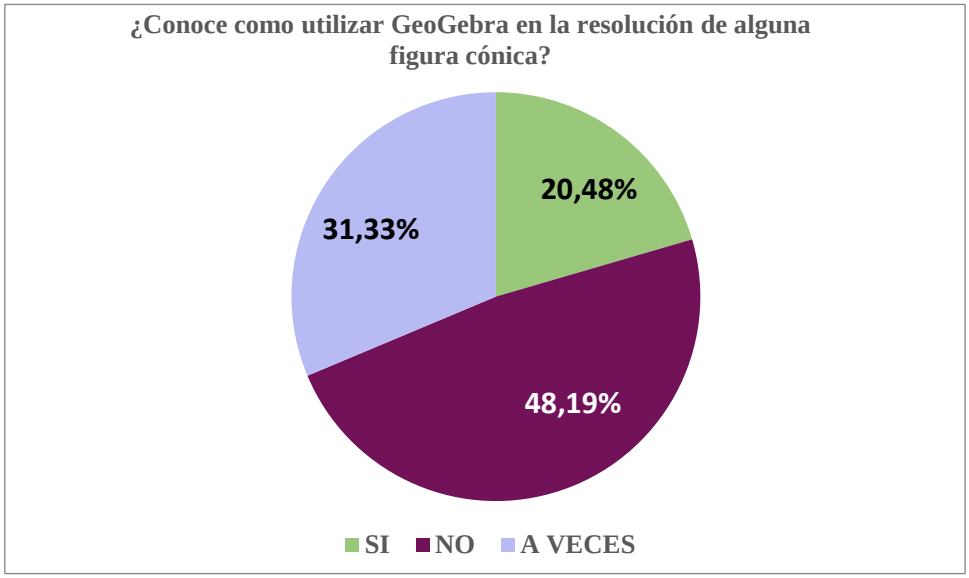
ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	17	20,48
NO	40	48,19
A VECES	26	31,33
	83	100,00

Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

GRAFICA 10

¿Conoce como utilizar GeoGebra en la resolución de alguna figura cónica?



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Fuente: Unidad Educativa Ángel Polibio Chaves

Interpretación

De los encuestados 17 estudiantes respondieron “SI” dando como resultado un 20,48%, 40 de ellos contestaron “NO” teniendo un 48,19% y 26 estudiantes contestaron “A VECES” con un 31,33%. La mayoría de los encuestados no conocen como utilizar GeoGebra para la resolución de las figuras cónicas, esto se debe a la falta de recursos didácticos que imparten en las clases teniendo un desconocimiento absoluto sobre el software y no saber como aplicarlo en la resolución de las figuras.

9. CONCLUSIONES

Las dificultades que presentan los alumnos en el aprendizaje de las figuras cónicas son por el método pedagógico que imparte el docente, evidenciando que un 42,17% de alumnos no logran comprender las actividades relacionadas a las cónicas por los métodos empleados por el profesor así mismo, un 49,40% no logran reconocer los elementos que componen cada figura, cuyas consecuencias se ven reflejadas en un 42,17% de los alumnos, lo cual presentan dificultades para entender lo que es una cónica.

Se logro evidenciar las ventajas que presenta el uso de GeoGebra como herramienta didáctica durante el aprendizaje de las figuras cónicas teniendo como resultados el 55,42% del total de los encuestados afirmando que el software puede mejorar el proceso de enseñanza tanto grafica como analíticamente, ya que es un recurso de apoyo para hacer que los estudiantes sean más activos y comprometidos. El desarrollo mediado por GeoGebra influye en la interacción profesor-alumno y en el rendimiento propio de cada estudiante por el rol trascendental que ha desempeñado en el ámbito académico.

A partir de las encuestas aplicadas se llegó a concluir que existe un notable desconocimiento relacionado a las figuras cónicas dando como apertura a la creación y uso de la guía didáctica diseñada en el proyecto de investigación los alumnos llegaron a visualizar de mejor manera las representaciones gráficas, ecuaciones y todos los elementos que conllevan las cónicas teniendo una mejoría notable en su aprendizaje y agrado por la asignatura.

En última instancia, la integración de estas herramientas tecnológicas proporciona varios beneficios, incluyendo una mejor comprensión conceptual, mayor motivación y el desarrollo de habilidades técnicas. Con un enfoque cuidadosamente planificado que integre ambientes dinámicos donde permita el desarrollo lógico matemático.

10. PROPUESTA

10.1. Titulo

Guía Metodológica de GeoGebra como herramienta didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las figuras cónicas en el segundo año BGU de la Unidad Educativa "Ángel Polibio Chaves" del cantón Guaranda provincia de Bolívar durante el periodo 2024.

10.2. Introducción

El propósito de esta propuesta es evaluar la viabilidad de lograr un proceso de enseñanza-aprendizaje efectivo a través de la implementación de diversas estrategias que integren las características de este software. La creación de esta guía tiene como objetivo principal apoyar a los docentes en la adopción de un enfoque pedagógico activo, promoviendo el uso de recursos didácticos adecuados para la enseñanza de las figuras cónicas.

Es importante enfatizar que los estudiantes deben usar esta guía como un referente al momento de resolver y responder cualquier problema que este centrado en las figuras cónicas ya se la circunferencia, parábola, elipse e hipérbole, teniendo en cuenta el orden correcto prestablecido en la misma.

La implementación de recursos tecnológicos interactivos, diseñados para presentar las matemáticas de forma dinámica y visual, representa un avance significativo en la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Estas herramientas facilitan la comprensión de conceptos abstractos al permitir la visualización y manipulación de gráficos y datos de manera intuitiva.

Además, promueven una mayor interacción entre los estudiantes y el material didáctico, así como entre los estudiantes y el docente, favoreciendo una experiencia de aprendizaje más activa y enriquecedora.

10.3. Objetivos

10.3.1. Objetivo general

Implementar ambientes dinámicos para la construcción y resolución de las figuras cónicas mediante el uso del software GeoGebra como herramienta para la facilitación del proceso de enseñanza-aprendizaje de las cónicas.

10.3.2. Objetivos específicos

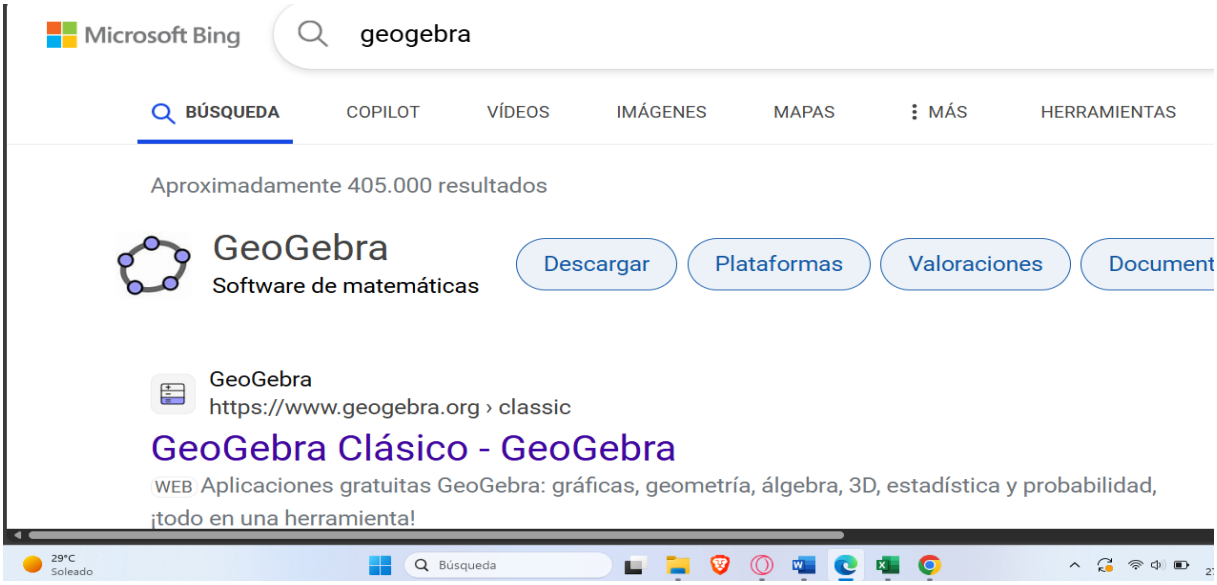
- Utilizar el software interactivo GeoGebra para mejorar el desarrollo del aprendizaje académico de los estudiantes
- Guiar al estudiante mediante pasos secuenciales y organizados a identificar y comprender las características de cada de una de las figuras cónicas.

10.4. Desarrollo

Guía basada en GeoGebra como herramienta didáctica

Para poder utilizar la plataforma es necesario que a través de cualquier navegador que sea utilizado busquen GeoGebra, y dará la opción de que este pueda ser descargado, pero también puede ser utilizado de manera online.

FIGURA 2 Aplicativo GeoGebra



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Al entrar a la primera página que muestra el navegador se mostrara la pantalla principal de GeoGebra, el cual está compuesto de:

- Barra de herramientas
- Teclado
- Ventana algebraica
- Vista grafica

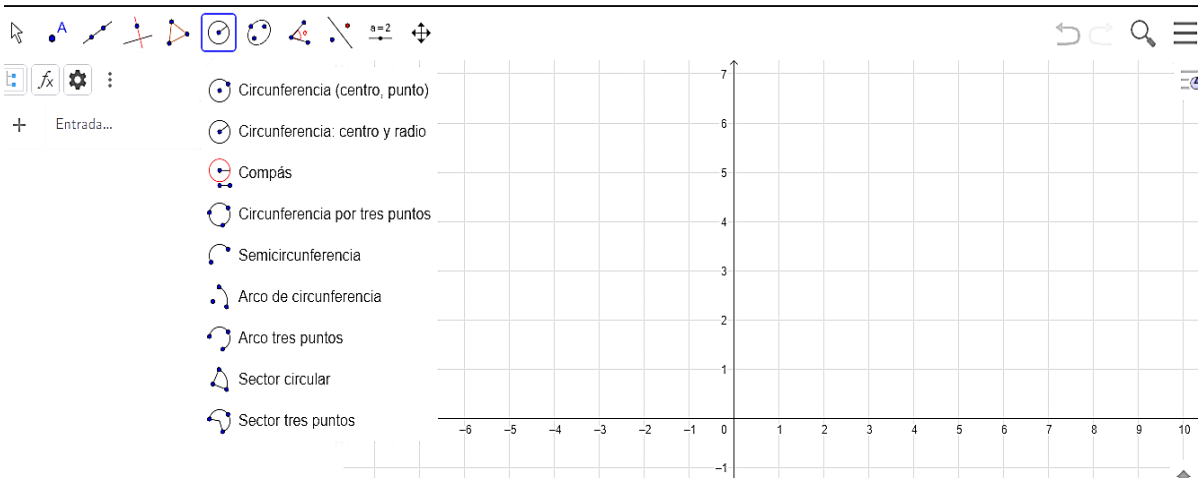
FIGURA 3 Elementos de GeoGebra



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

10.4.1. Circunferencia

FIGURA 4 Circunferencia



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

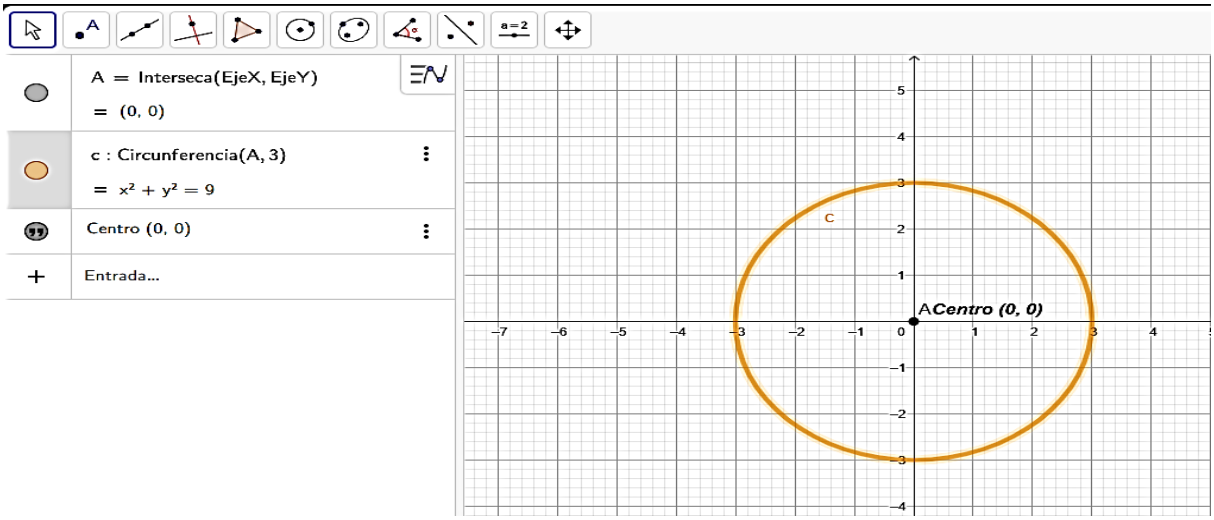
Para poder realizar una circunferencia en GeoGebra hay varias maneras de poder graficarlo, en la parte de las herramientas seleccionaremos la opción circunferencia (centro, radio) o (centro, punto) y daremos clic en la opción que se asemeje con los datos que proporciona el ejercicio dándonos como resultado la gráfica de la circunferencia y la ecuación de la misma.

Ecuación Canónica de la Circunferencia

Ecuación canónica con radio r y centro en el punto origen (0,0) se tiene que la ecuación canónica de la circunferencia es:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

FIGURA 5 Ecuación Canónica (Centro Origen)

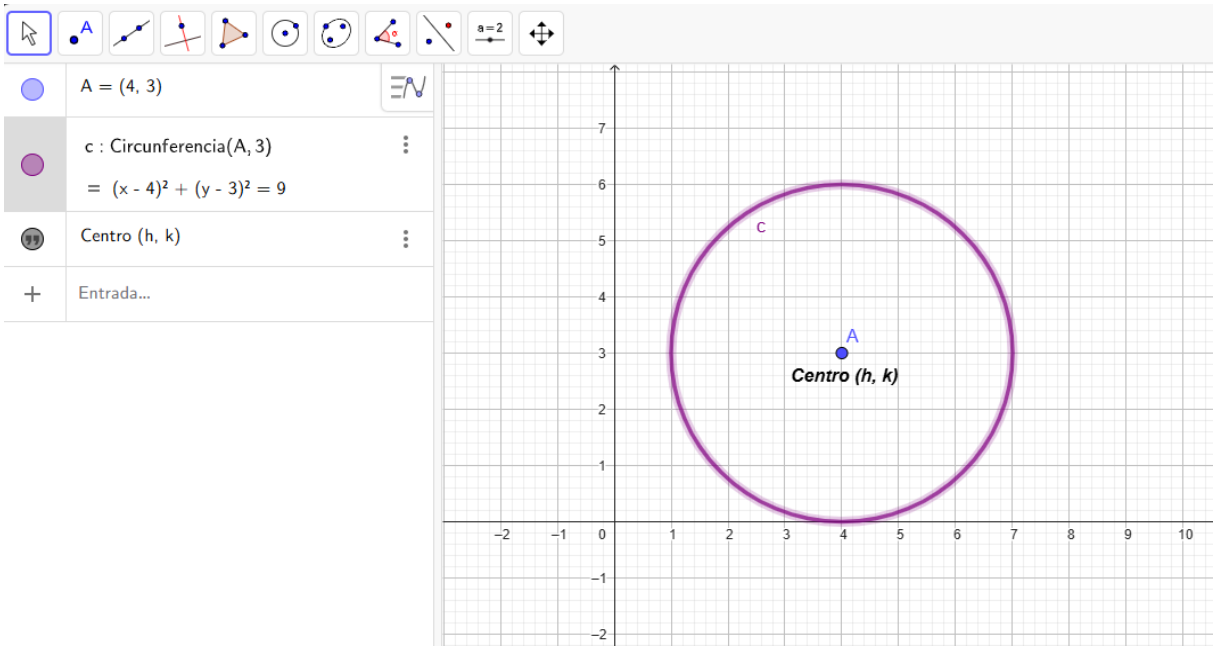


Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Ecuación canónica con radio r y centro en el punto C (h, k) se tiene que la ecuación canónica de la circunferencia es:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

FIGURA 6 Ecuación Canónica (Centro h, k)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Herramienta Didáctica N.º 1 (Circunferencia)

Objetivo de la practica: Resolver y graficar las ecuaciones de la circunferencia mediante GeoGebra			
Contenido	**Destreza**	**Actividad de Aprendizaje**	**Recursos Didácticos**
Analizar las diferentes ecuaciones que componen la circunferencia	Calcular y resolver los diferentes elementos de la circunferencia	**Conceptualización:** Para la resolución de las ecuaciones de la circunferencia se debe definir el método de enseñanza. **Observación:** Identificar los elementos de la circunferencia **Aplicación:**	Computadora, Proyector, GeoGebra, Cuaderno, lápiz, borrador, compás, guía de actividades.

		Resolver los ejercicios propuestos en la guiad de actividades relaciones a la circunferencia	

Resolución de ejercicios

Circunferencia (centro, radio) donde C (0, 0)

Determinar la ecuación de la circunferencia con centro (0, 0) y cuyo radio mide 5.

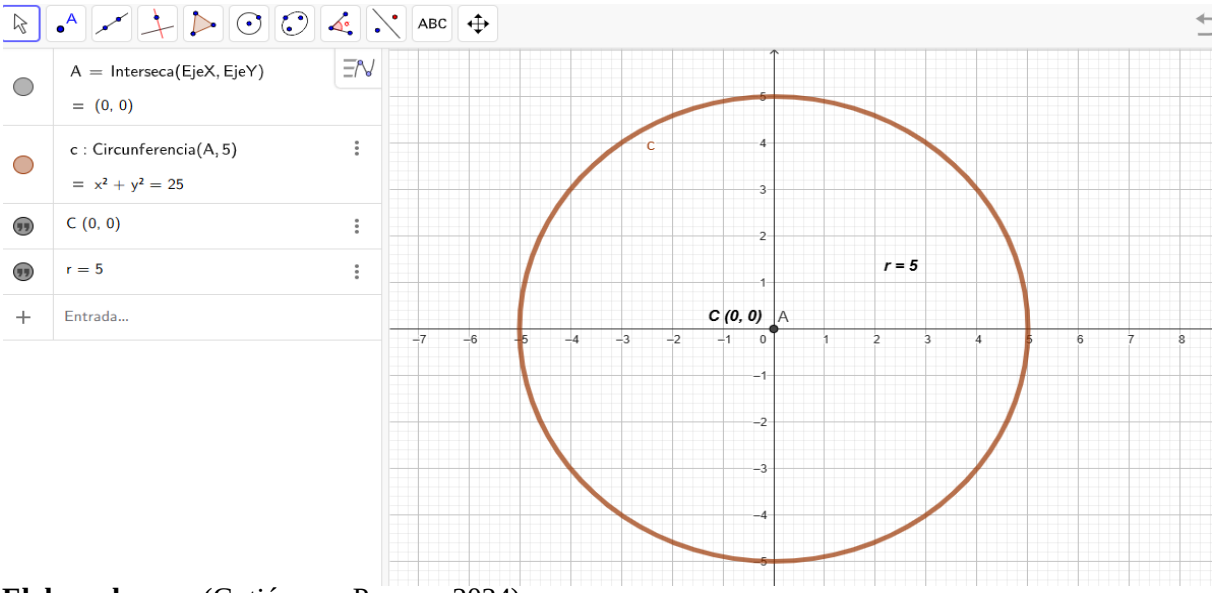
Solución:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = (5)^2$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

FIGURA 7 Ejercicio 1 (Circunferencia)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Circunferencia (centro, radio) donde C (h, k)

Determinar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es $(\frac{1}{2}, -3)$ y cuyo radio mide 4.

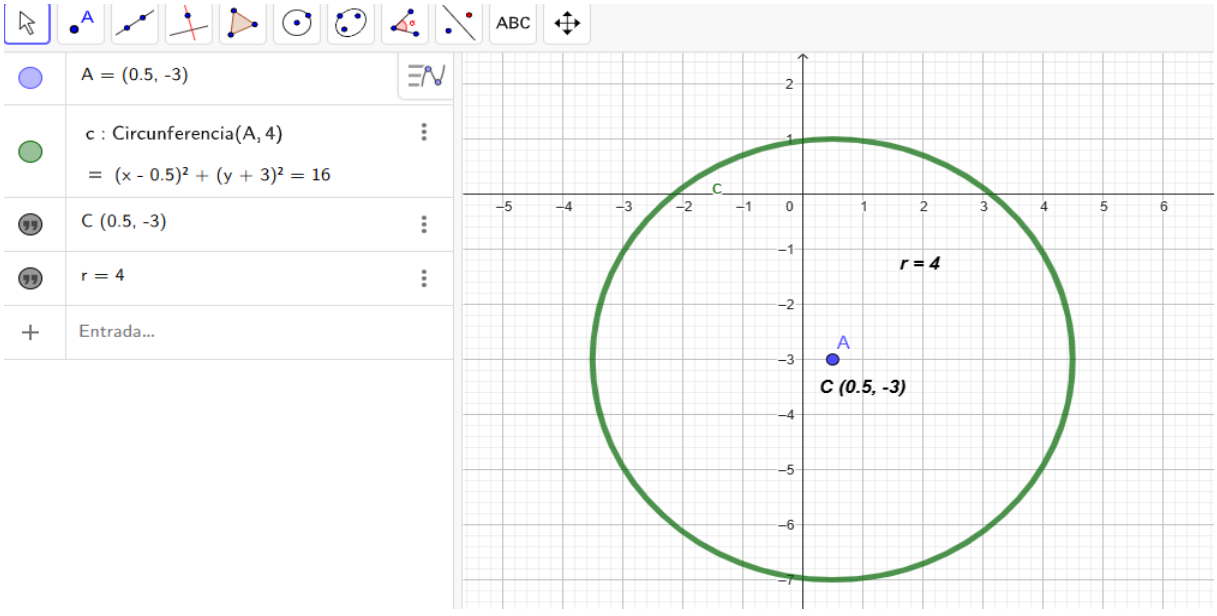
Solución:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-\frac{1}{2})^2 + (y+3)^2 = (4)^2$$

$$(x-\frac{1}{2})^2 + (y+3)^2 = 16$$

FIGURA 8 Ejercicio 2 (Circunferencia)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Circunferencia (centro, punto)

Encuentra la ecuación canónica de la circunferencia con centro en C (-3, 4) y que pasa por el punto B (5, 1).

Solución:

Al tener el centro y un punto tenemos que hallar el radio para poder obtener la ecuación canónica para eso se aplicara la fórmula que se utiliza para encontrar la distancia entre dos puntos la cual es:

$$\boldsymbol{D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

Con esta fórmula se podrá hallar el radio lo cual solo se tendría que reemplazar los datos antes mencionados en el ejercicio

Donde:

$x_1 = -3$

$x_2 = 5$

$y_1 = 4$

$y_2 = 1$

$$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$D = \sqrt{(5 + 3)^2 + (1 - 4)^2}$$

$$D = \sqrt{(8)^2 + (3)^2}$$

$$D = \sqrt{64 + 9}$$

$$r = \sqrt{73}$$

Para poder eliminar la raíz se eleva al cuadrado a ambo términos y se eliminara la raíz con el cuadrado, es decir:

$$r = \sqrt{73}$$

$$r^2 = (\sqrt{73})^2$$

$$r^2 = 73$$

Al ya tener el valor del radio se reemplazará los términos correspondientes en la formula canónica:

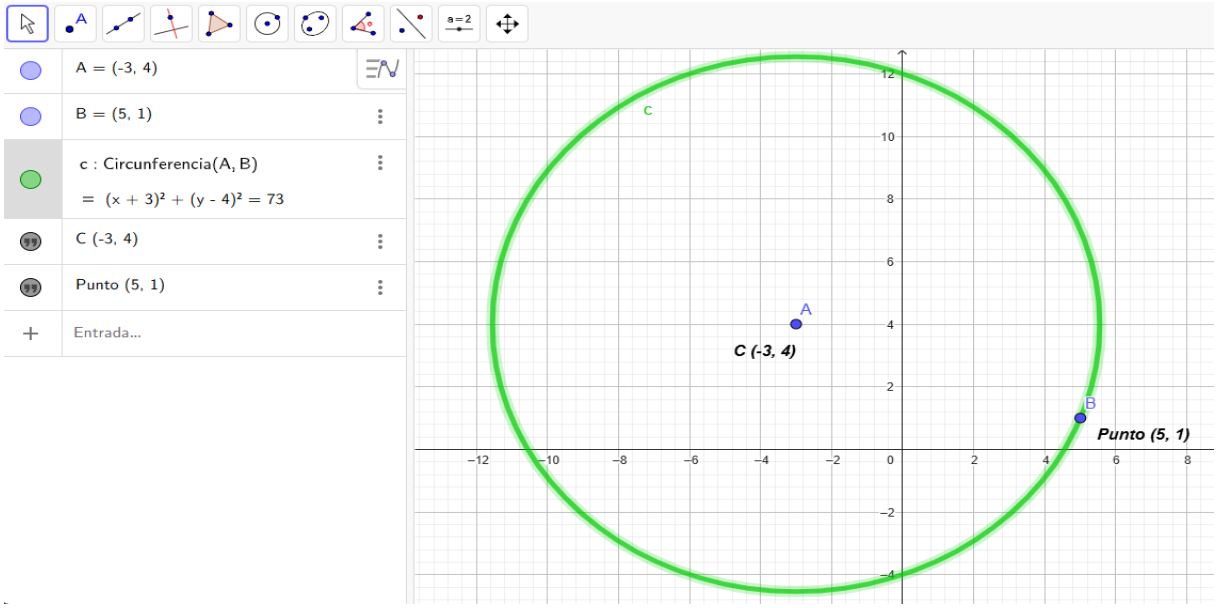
C (-3, 4) donde h= -3 y k= 4

$r^2 = 73$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 73$$

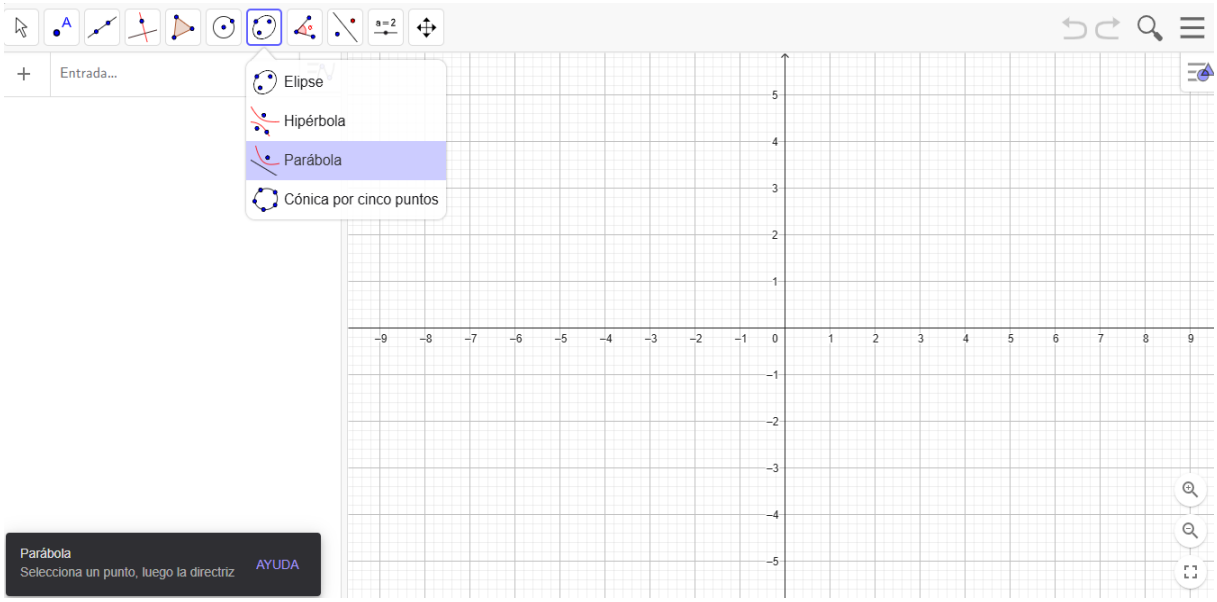
FIGURA 9 Ejercicio 3 (Circunferencia)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

10.4.2. Parábola

FIGURA 10 Parábola



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Para realizar la parábola se encuentra en el mismo apartado de la elipse y la hipérbola. Para su grafica se necesita los datos de un punto y su directriz.

Antes de empezar con los ejercicios se mostrará un pequeño resumen de lo que se necesita saber de esta figura cónica

Ecuación canónica en el punto origen (0, 0)

Cuando abre hacia la derecha

$$y^2 = 4px$$

Foco: F (p, 0)

Directriz: x = -p

Cuando abre hacia la izquierda

$$y^2 = -4px$$

Foco: F (-p, 0)

Directriz: x = p

Cuando se abre hacia arriba

$$x^2 = 4py$$

Foco: F (0, p)

Directriz: y = -p

Cuando se abre hacia abajo

$$x^2 = -4py$$

Foco: F (0, -p)

Directriz: y = p

- 4p es la medida que tendrá el lado recto
- P representa la distancia que hay entre el vértice al foco y del vértice a su directriz.

Ecuación canónica en el punto (h, k)

Cuando se abre hacia la derecha

$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$

Foco: F (h+ p, k)

Directriz: x = h- p

Cuando se abre hacia la izquierda

$$(y-k)^2 = -4p(x-h)$$

Foco: F (h- p, k)

Directriz: x = h+ p

Cuando se abre hacia arriba

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

Foco: F (h, k+ p)

Directriz: y = k- p

Cuando se abre hacia abajo

$$(x-h)^2 = -4p(y-k)$$

Foco: F (h, k- p)

Directriz: y = k+ p

- El vértice en la parábola es el punto V (h, k)

Herramienta Didáctica N.º 2 (Parábola)

Objetivo de la practica: Resolver y graficar las ecuaciones de la parábola mediante GeoGebra			
Contenido	**Destreza**	**Actividad de Aprendizaje**	**Recursos Didácticos**
Analizar las diferentes ecuaciones que componen la parábola	Calcular y resolver los diferentes elementos de la parábola	**Conceptualización:** Para la resolución de las ecuaciones de la parábola se debe definir el método de enseñanza. **Observación:** Identificar los elementos de la parábola **Aplicación:** Resolver los ejercicios propuestos en la guiad de actividades relaciones a la parábola	Computadora, Proyector, GeoGebra, Cuaderno, lápiz, borrador, juego geométrico especializado para las cónicas, guía de actividades.

Resolución de ejercicios

Con centro en el punto de origen (0, 0)

Determinar el valor de los focos, sus directrices, distancia de sus lados rectos y la gráfica correspondiente.

Ejercicio 1

$$6y^2 - 12x = 0$$

Despejamos el termino cuadrático

$$6y^2 = 12x$$

$$y^2 = 2x$$

- **Hallar el valor de 4p (medida del lado recto)**

$$4p = 2$$

- **Hallar el valor de p**

$$p = \frac{2}{4}$$

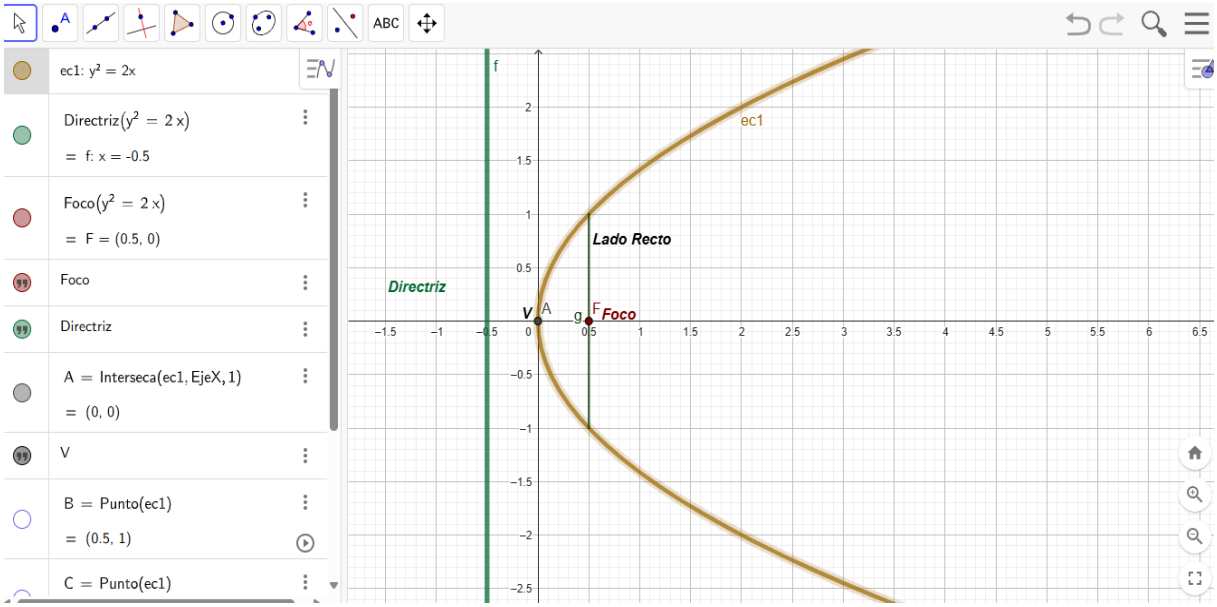
$$p = \frac{1}{2}$$

- **Localizamos foco y directriz**

$$F\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

FIGURA 11 Ejercicio 1 (Parábola)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Ejercicio 2

$$\mathbf{2y^2 = -7x}$$

Despejamos el termino cuadrático

$$y^2 = -\frac{7}{2}x$$

- **Hallar el valor de 4p (medida del lado recto)**

$$4p = \frac{7}{2}$$

- **Hallar el valor de p**

$$p = \frac{\frac{7}{2}}{4}$$

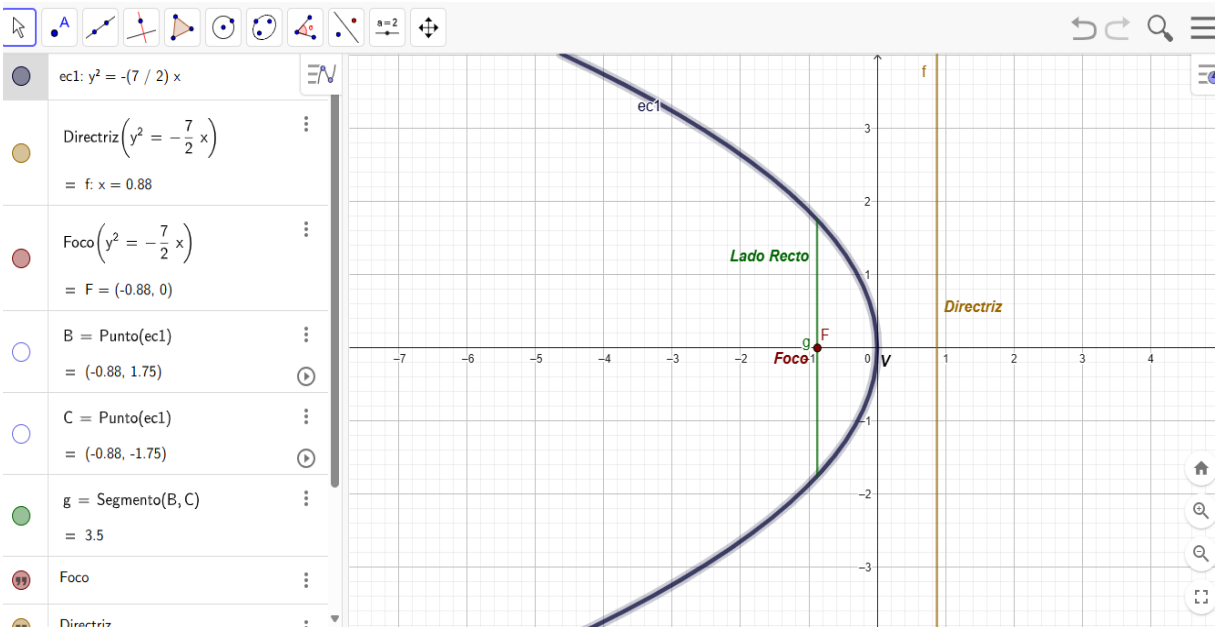
$$p = \frac{7}{8}$$

- **Localizamos foco y directriz**

$$F\left(-\frac{7}{8}, 0\right)$$

$$x = \frac{7}{8}$$

FIGURA 12 Ejercicio 2 (Parábola)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Ejercicio 3

$$15x^2 = -42y$$

Despejamos el termino cuadrático

$$x^2 = -\frac{42}{15}y$$

$$x^2 = -\frac{14}{5}y$$

- **Hallar el valor de 4p (medida del lado recto)**

$$4p = -\frac{14}{5}$$

- **Hallar el valor de p**

$$p = -\frac{\frac{14}{5}}{4}$$

$$p = -\frac{14}{20}$$

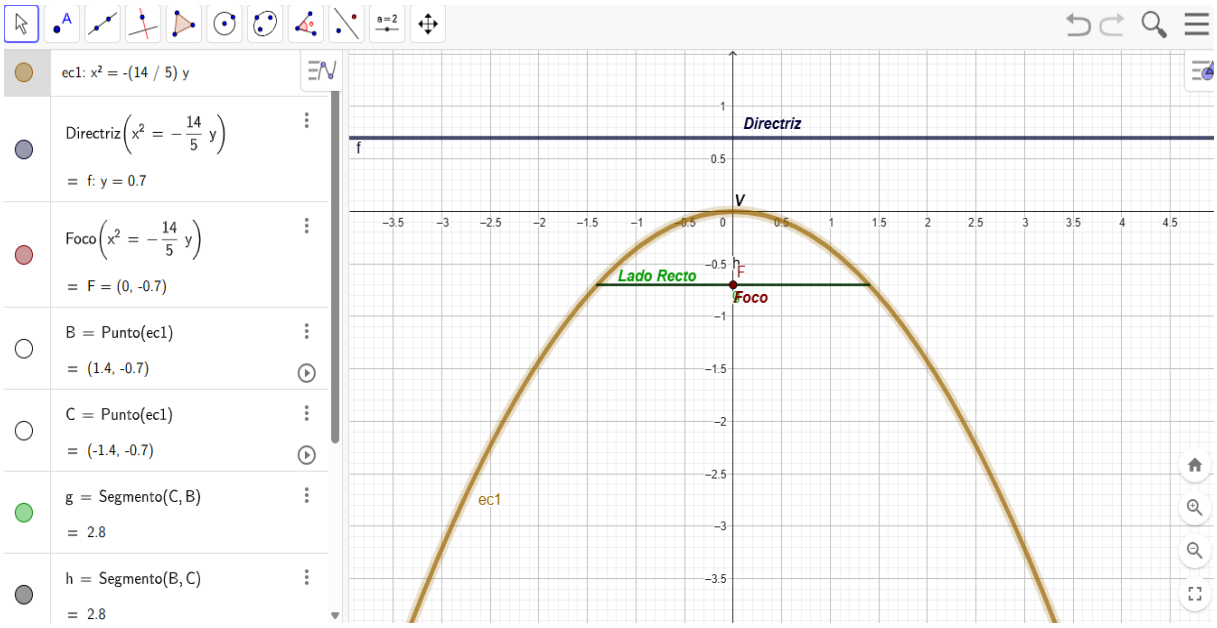
$$p = -\frac{7}{10}$$

- **Localizamos foco y directriz**

$$F\ (0, -\frac{7}{10})$$

$$y = \frac{7}{10}$$

FIGURA 13 Ejercicio 3 (Parábola)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Con centro en el punto (h, k)

Ejercicio 1

$$(y-3)^2 = 8(x-1)$$

- **Vértice**

$$V\ (1, 3)$$

- **Valor de 4p**

$$4p = 8$$

- **Valor de p**

$$p = \frac{8}{4}$$

$$p = 2$$

- **Foco**

$$F\ (h+ p, k)$$

$$F\ (1+ 2, 3)$$

$$F\ (3, 3)$$

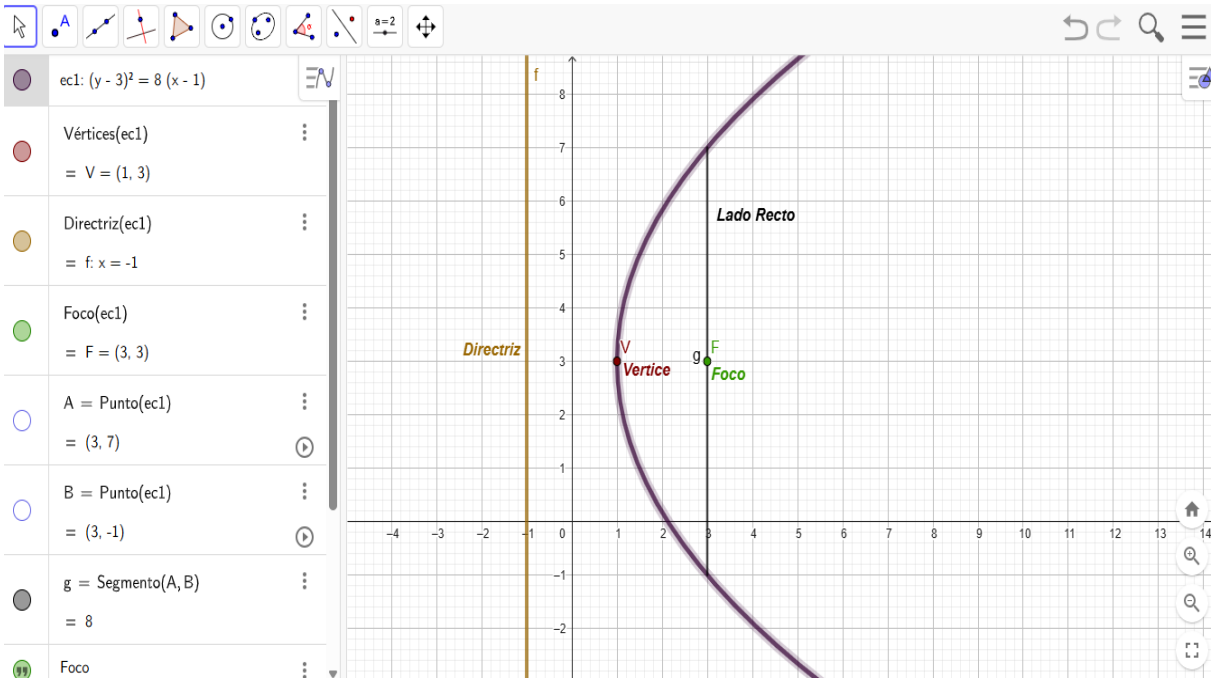
- **Directriz**

$$x = (h- p)$$

$$x = (1-2)$$

$$x = -1$$

FIGURA 14 Ejercicio 4 (Parábola)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Ejercicio 2

$$(x-1)^2 = 6(y+1)$$

- **Vértice**

V (1, -1)

- **Valor de 4p**

$$4p = 6$$

- **Valor de p**

$$p = \frac{6}{4}$$

$$p = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

- **Foco**

F (h, k+ p)

F (1, -1+ 1.5)

F (3, 0.5)

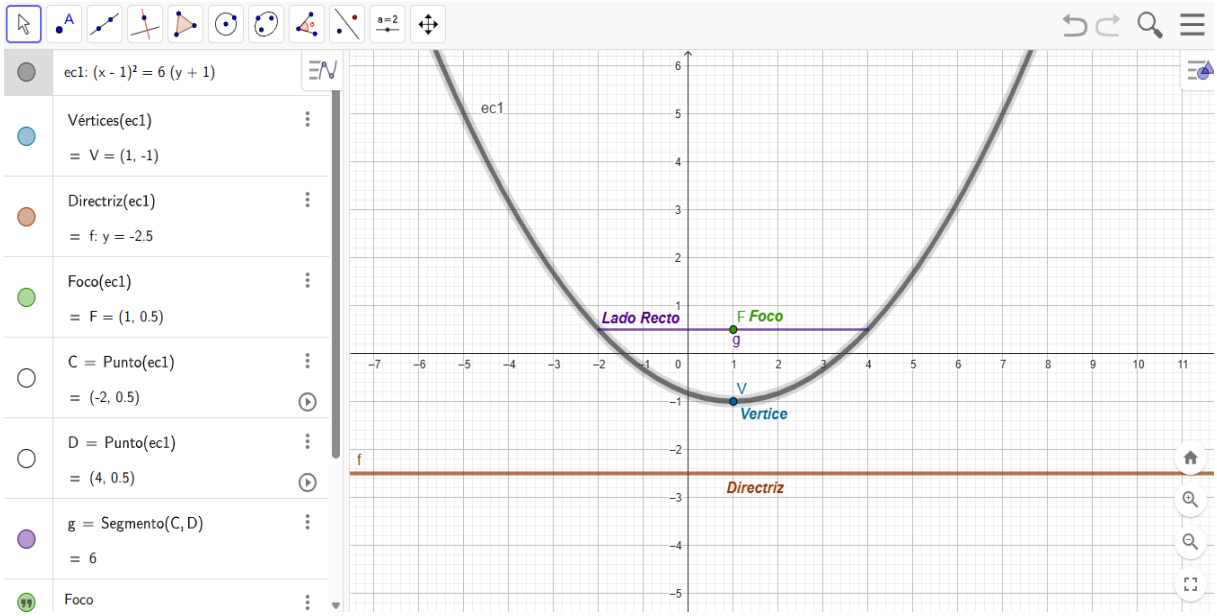
- **Directriz**

y = k- p

y = (-1-1,5)

y = -2,5

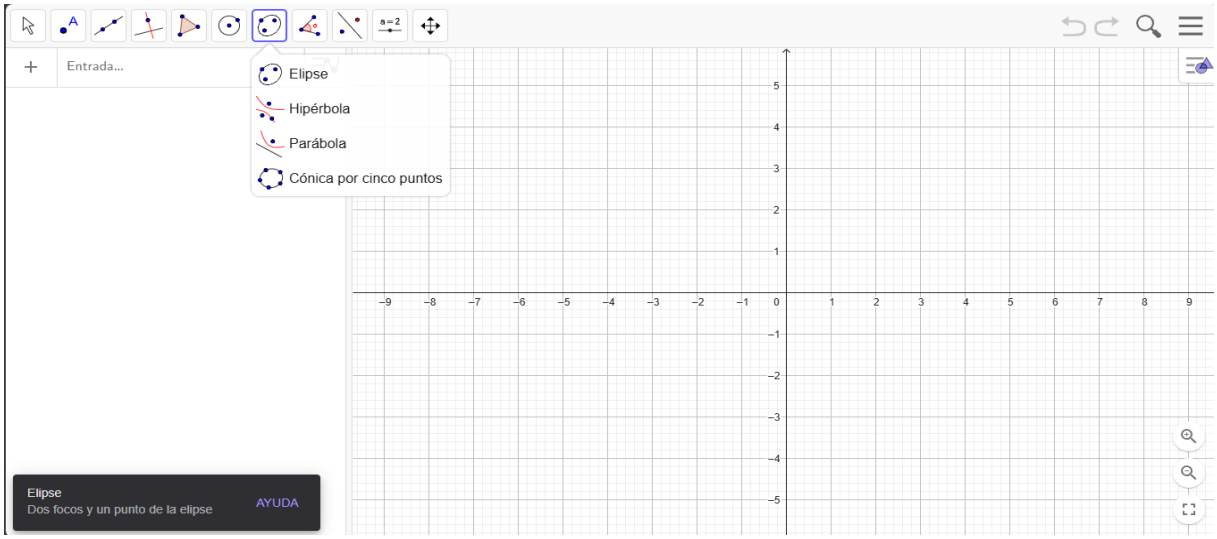
FIGURA 15 Ejercicio 5 (Parábola)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

10.4.3. Elipse

FIGURA 15 Elipse



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Alado del apartado de la circunferencia se encuentra la opción para graficar la elipse y para realizar su grafica se necesita tener los siguientes datos: dos focos y un punto de la elipse al tener esos puntos de referencia se realizará la gráfica y te dará la ecuación canónica de manera automática.

Es por eso que se tiene que resolver todo el ejercicio para poder obtener los puntos antes mencionados para poder realizar la gráfica.

Ecuación Canónica de la Elipse

Con centro en el origen (0,0) y eje focal y= 0

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

Con centro en el origen (0,0) y eje focal x= 0

$$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1$$

Con centro en el punto (h, k) y si el eje focal es horizontal la ecuación es:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

Con centro en el punto (h, k) y si el eje focal es vertical la ecuación es:

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}+\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$

- a es el semieje mayor
- b es el semieje menor

Herramienta Didáctica N.º 3 (Elipse)

Objetivo de la practica: Resolver y graficar las ecuaciones de la elipse mediante GeoGebra			
Contenido	**Destreza**	**Actividad de Aprendizaje**	**Recursos Didácticos**
Analizar las diferentes ecuaciones que componen la elipse	Calcular y resolver los diferentes elementos de la elipse	**Conceptualización:** Para la resolución de las ecuaciones de la elipse se debe definir el método de enseñanza. **Observación:** Identificar los elementos de la elipse **Aplicación:** Resolver los ejercicios propuestos en la guiad de actividades relaciones a la elipse	Computadora, Proyector, GeoGebra, Cuaderno, lápiz, borrador, juego geométrico especializado para las cónicas, guía de actividades.

Resolución de ejercicios

Con centro en el punto origen (0, 0)

Determinar las coordenadas de los focos, vértices y la excentricidad de las elipses.

Ejercicio 1

$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$$

- **Eje mayor**

$$a^2=16 \qquad a=4$$

- **Vértices del eje mayor**

A (4, 0) A' (-4, 0)

- **Eje menor**

$b^2 = 12$ $b = 2\sqrt{3}$

- **Vértices del eje menor**

B (0, $2\sqrt{3}$) B' (0, $-2\sqrt{3}$)

- **Focos**

Se hallará la distancia semi focal

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$c = \sqrt{16 - 12}$$

$$c = \sqrt{4}$$

$$c = 2$$

Con este valor, localizar los focos

F (2, 0) F' (-2,0)

- **Excentricidad**

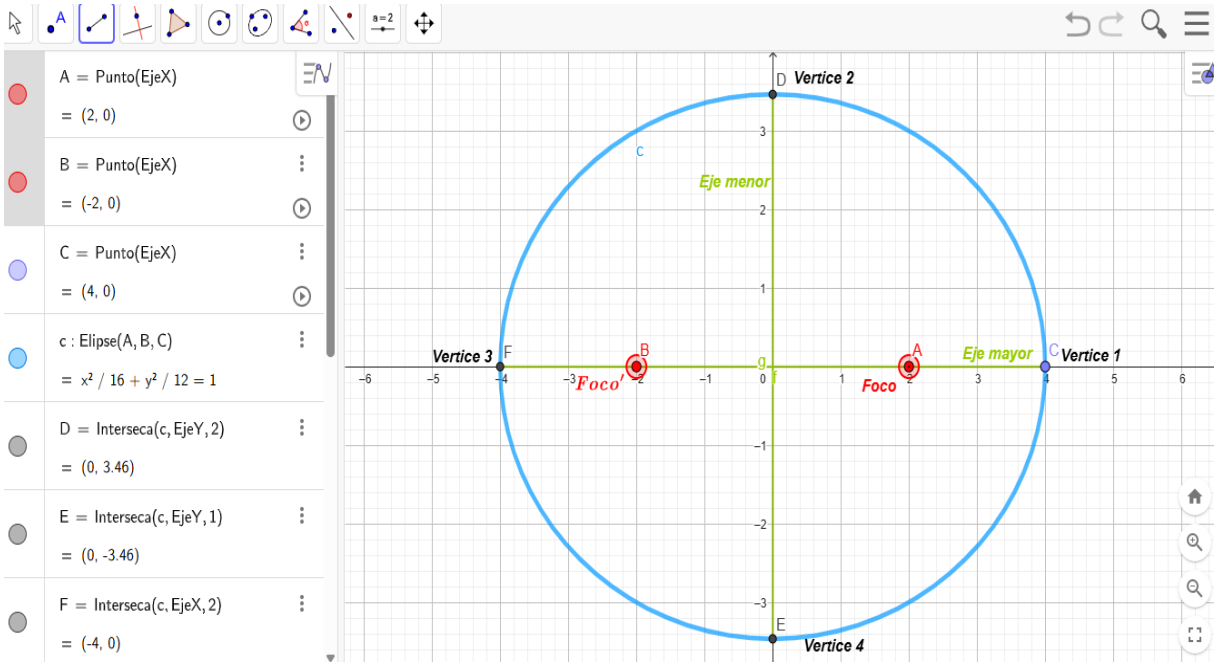
La excentricidad es igual al cociente de la distancia semi focal y el semieje mayor.

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{2}{4}$$

$$e = \frac{1}{2}$$

FIGURA 17 Ejercicio 1 (Elipse)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Ejercicio 2

$$\frac{y^2}{9} + \frac{x^2}{25} = 1$$

- **Eje mayor**

$$a^2 = 25 \qquad a = 5$$

- **Vértices del eje mayor**

A (0, 5) A' (0, -5)

- **Eje menor**

$b^2 = 9$ $b = 3$

- **Vértices del eje menor**

B (3, 0) B' (-3, 0)

- **Focos**

Se hallará la distancia semi focal

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$c = \sqrt{25 - 9}$$

$$c = \sqrt{16}$$

$$c = 4$$

Con este valor, localizar los focos

F (0, 4) F' (0, -4)

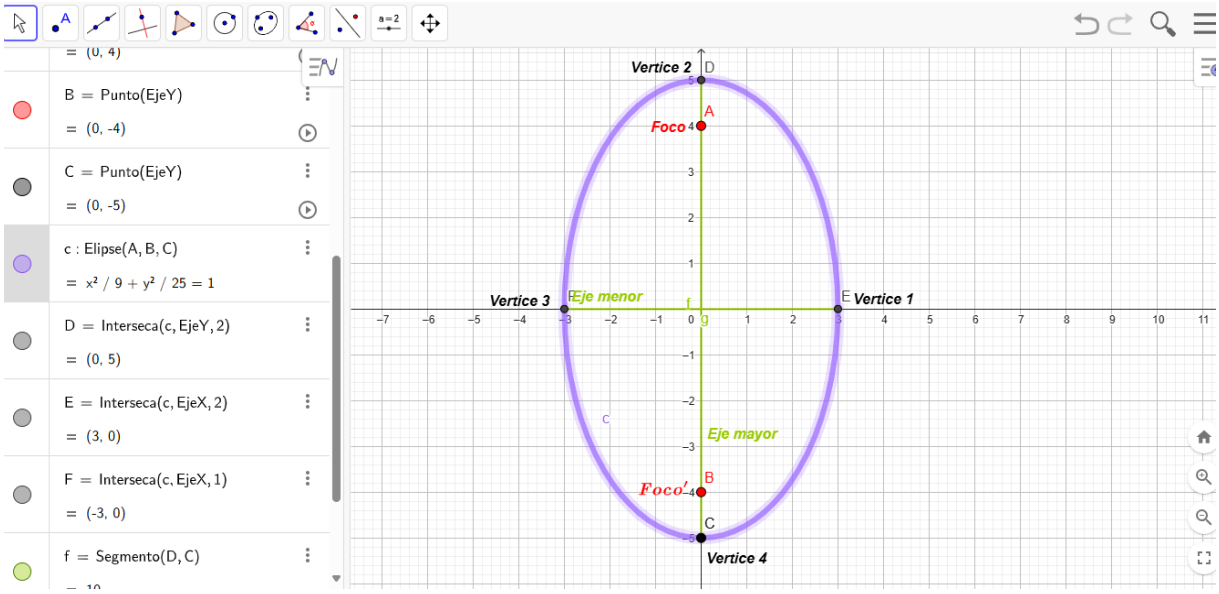
- **Excentricidad**

La excentricidad es igual al cociente de la distancia semi focal y el semieje mayor.

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{4}{5}$$

FIGURA 18 Ejercicio 2 (Elipse)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Con centro en el punto (h, k)

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Ejercicio 1

Con la siguiente ecuación encontrar los elementos de la elipse

$$\frac{(x-6)^2}{36} + \frac{(y-4)^2}{16} = 1$$

- **Centro**

$$C = (h, k)$$

$$C = (6, 4)$$

- **Eje mayor**

$$a^2 = 36 \qquad a = 6$$

- **Vértices del eje mayor**

V1= (h-a, k) V2= (h+a, k)

V1= (6-6, 4) V2= (6+6, 4)

V1= (0, 4) V2= (12, 4)

- **Eje menor**

- $b^2 = 16 \qquad b = 4$

- **Vértices del eje menor**

V1= (h, k-b) V2= (h, k+b)

V1= (6, 4-4) V2= (6, 4+4)

V1= (6, 0) V2= (6, 8)

- **Focos**

Se hallará la distancia semi focal

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

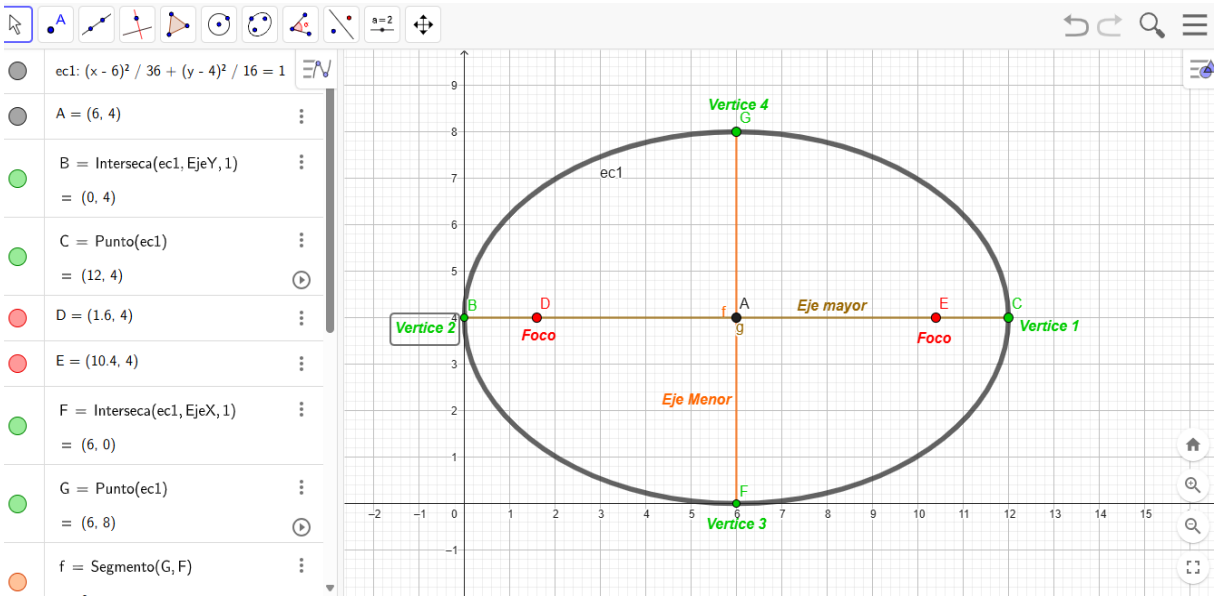
$$c = \sqrt{36 - 16}$$

$$c = \sqrt{20}$$

$$c = 4{,}4$$

F1 (h-c, k)	F2 (h+c, k)
F1 (6-4,4; 4)	F2 (6+4.4, 4)
F1 (1,6; 4)	F2 (10.47, 4)

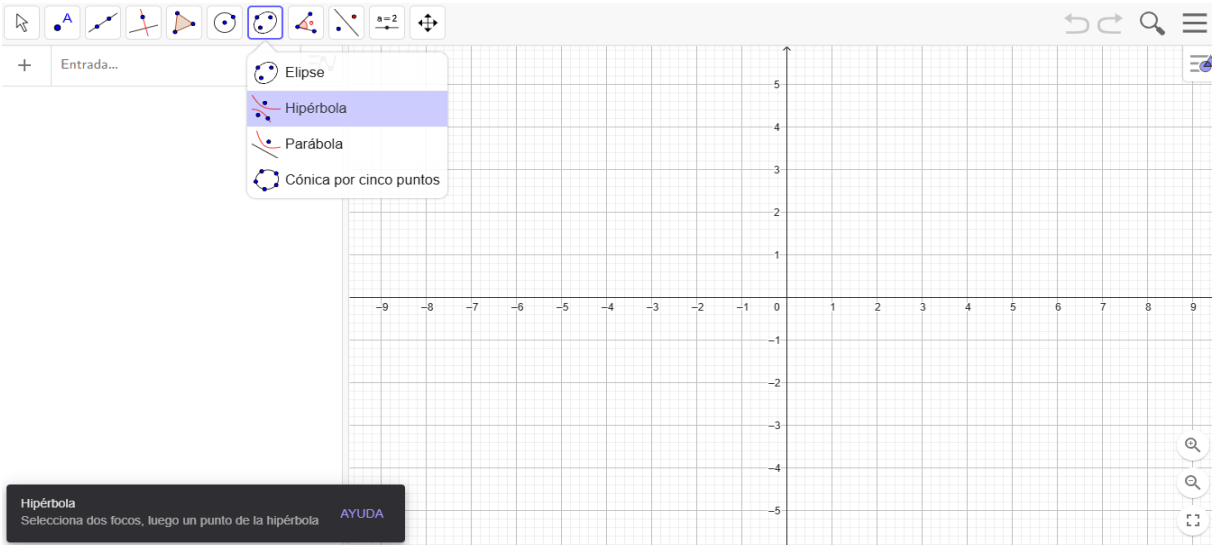
FIGURA 18 Ejercicio 3 (Elipse)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

10.4.4. Hipérbola

FIGURA 19 Hipérbola



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

De igual manera la hipérbola se encuentra en el mismo apartado que la elipse y también para poder realizar la gráfica se necesita los datos de dos focos y un punto de la hipérbola.

Ecuación Canónica de la Hipérbola

Teniendo una deducción similar a la elipse se obtiene que su ecuación es la siguiente:

Con centro en el origen (0,0) y eje focal y= 0

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Con centro en el origen (0,0) y eje focal x= 0

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Con centro (h, k) teniendo un eje focal de manera horizontal

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Con centro (h, k) teniendo un eje focal de manera vertical

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

En la hipérbola aparece un nuevo elemento que no tiene ninguna de las otras figuras cónicas que son las asíntotas y su ecuación es:

$$y = \pm\frac{b}{a}x$$

Herramienta Didáctica N.º 4 (Hipérbola)

Objetivo de la practica: Resolver y graficar las ecuaciones de la hipérbola mediante GeoGebra			
Contenido	**Destreza**	**Actividad de Aprendizaje**	**Recursos Didácticos**
Analizar las diferentes ecuaciones que componen la hipérbola	Calcular y resolver los diferentes elementos de la hipérbola	**Conceptualización:** Para la resolución de las ecuaciones de la hipérbola se debe definir el método de enseñanza. **Observación:** Identificar los elementos de la hipérbola **Aplicación:** Resolver los ejercicios propuestos en la guiad de actividades relaciones a la hipérbola	Computadora, Proyector, GeoGebra, Cuaderno, lápiz, borrador, juego geométrico especializado para las cónicas, guía de actividades.

Resolución de ejercicios

Con centro en el punto origen (0, 0)

Determinar las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de las siguientes hipérbolas.

Ejercicio 1

$$\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{81} = 1$$

De la ecuación se obtiene lo siguiente:

$$a^2 = 144 \qquad b^2 = 81$$

$$a = \sqrt{144} \qquad b = \sqrt{81}$$

$$a = 12 \qquad b = 9$$

- **Encontramos el valor de c**

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{144 + 81}$$

$$c = \sqrt{225}$$

$$c = 15$$

- **Vértices**

A1 (-12, 0) A2 (12, 0)

- **Focos**

F1(-15, 0) F2 (15, 0)

- **Excentricidad**

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{15}{12}$$

$$e = \frac{5}{4}$$

- **Lado recto**

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

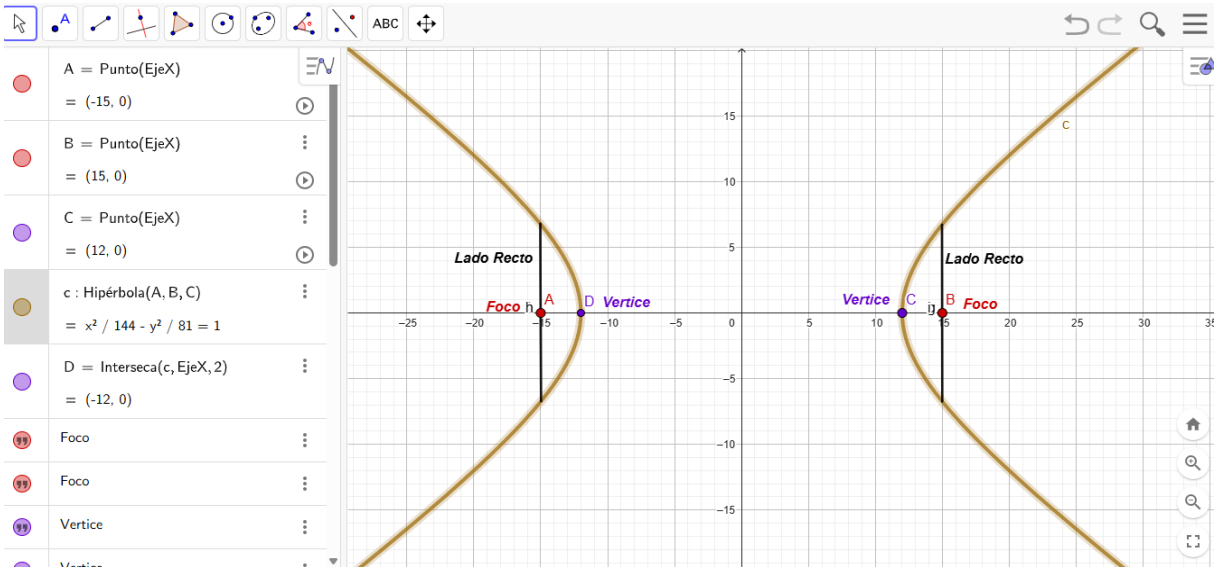
$$LR = \frac{2(9)^2}{12}$$

$$LR = \frac{2(81)}{12}$$

$$LR = \frac{162}{12}$$

$$LR = 13{,}5$$

FIGURA 20 Ejercicio 1 (Hipérbola)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Ejercicio 2

$$\frac{y^2}{144} - \frac{x^2}{25} = 1$$

De la ecuación se obtiene lo siguiente:

$$a^2 = 144 \qquad b^2 = 25$$

$$a = \sqrt{144} \qquad b = \sqrt{25}$$

$$a = 12 \qquad b = 5$$

- **Encontramos el valor de c**

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{144 + 25}$$

$$c = \sqrt{169}$$

$$c = 13$$

- **Vértices**

A1 (0, -12) A2 (0, 12)

- **Focos**

F1(0, -13) F2 (0, 13)

- **Excentricidad**

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{13}{12}$$

- **Lado recto**

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

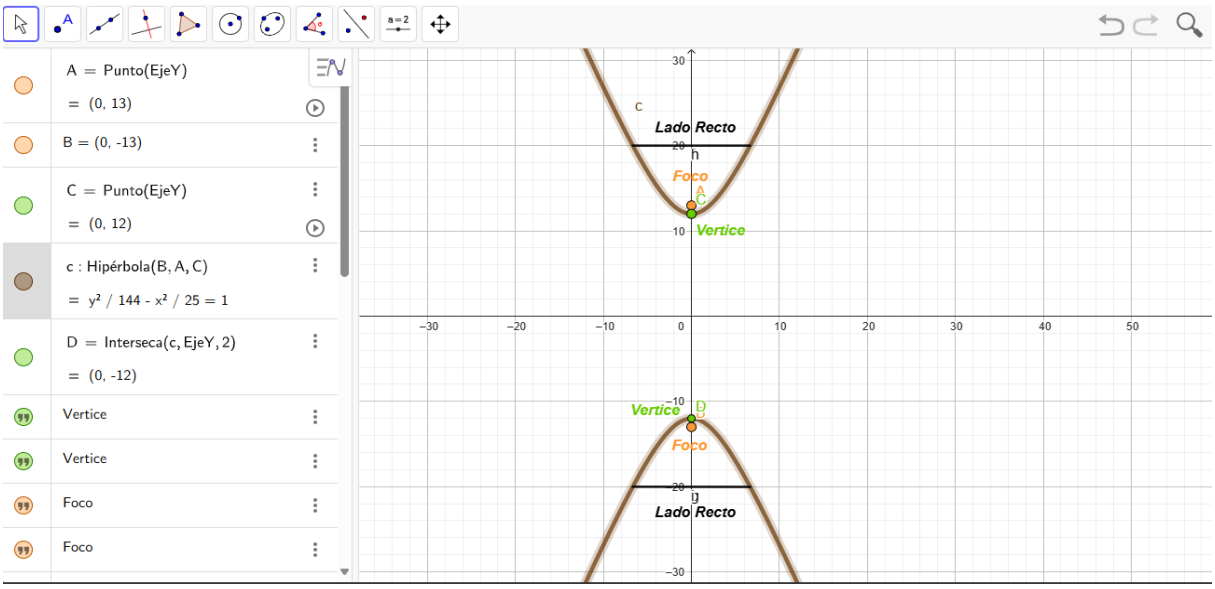
$$LR = \frac{2(5)^2}{12}$$

$$LR = \frac{2(25)}{12}$$

$$LR = \frac{50}{12}$$

$$LR = 4{,}1$$

FIGURA 21 Ejercicio 2 (Hipérbola)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

Con centro en el punto (h, k)

$$\frac{(x-2)^2}{9^2} - \frac{(y+1)^2}{4^2} = 1$$

De la ecuación se obtiene lo siguiente:

$$a^2 = 9 \qquad b^2 = 4$$

$$a = \sqrt{9} \qquad b = \sqrt{4}$$

$$a = 3 \qquad b = 2$$

- **Encontramos el valor de c**

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{9 + 4}$$

$$c = \sqrt{13}$$

$$c = 3{,}6$$

- **Centro**

$$(2, -1)$$

- **Vértices**

$$V\ (h \pm a, k)$$

V1 (2+3, -1)

V1 (5, -1)

V2 (2-3, -1)

V2 (-1, -1)

- **Focos**

$$F\ (h \pm c, k)$$

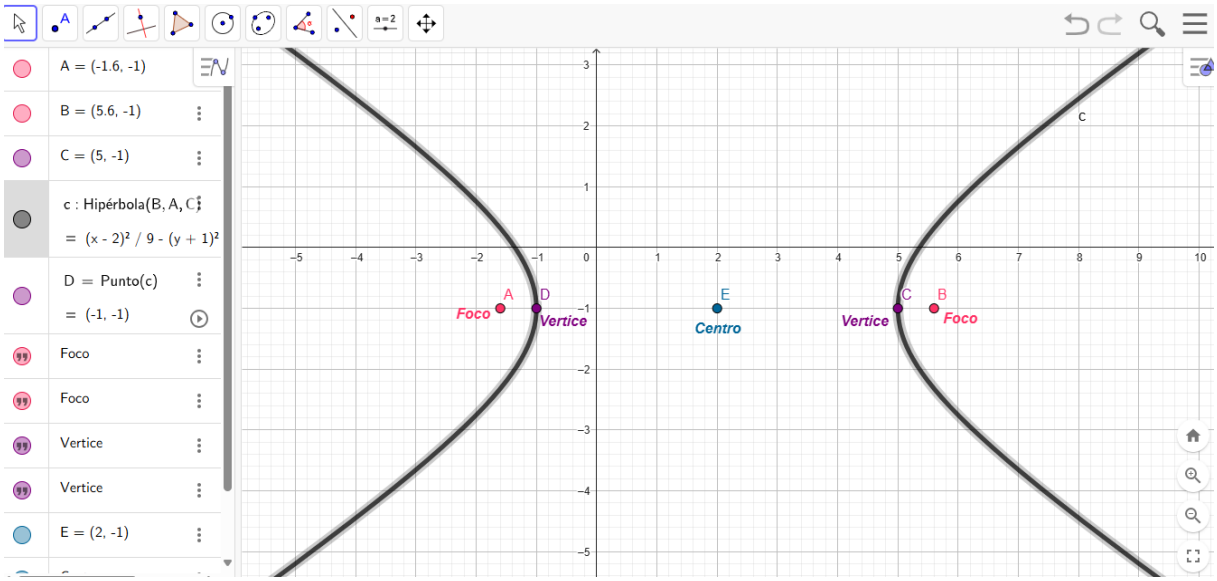
F1 (2+3.6, -1)

F1 (5.6, -1)

F2 (2-3.6, -1)

F2 (-1.6, -1)

FIGURA 22 Ejercicio 3 (Hipérbola)



Elaborado por: (Gutiérrez y Panezo, 2024).

10.5. Ejercicios Propuestos

Resolver los siguientes ejercicios propuestos:

1. Resolver la formula general y la formula canónica
2. Hallar cada uno de los elementos de las figuras
3. Realizar la respectiva grafica
4. Por último, identificar que figura cónica corresponde

Ejercicios

1. $(x-2)^2+(y+3)^2=16$
2. $x^2+y^2-4x-6y-12=0$
3. $x^2=8y$
4. $(x-3)^2=8(y-2)$
5. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{64}=1$
6. $\frac{(x+2)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$
7. $25x^2+9y^2-18y-216=0$
8. $\frac{y^2}{144}+\frac{x^2}{25}=1$
9. $\frac{(y-1)^2}{4}-\frac{(x+2)^2}{9}=1$
10. $y^2+2x^2-4x-4y=0$

Bibliografía

Aguilera, C. (18 de Mayo de 2023). *Ispring*. Obtenido de https://www.ispring.es/blog/ejemplos-software-educativos

Carrillo de Albornoz, A., & de León, M. (2020). Cónicas. En A. :. Carrillo de Albornoz, *Cónicas (Historia de su independencia del cono)* (pág. 160). España: Los Libros de la Catarata.

Eduarea. (19 de Marzo de 2014). *Eduareas Blog.* Obtenido de ¿Qué es el Conectivismo?: Teoría del Aprendizaje Para la Era Digital: https://eduarea.wordpress.com/2014/03/19/que-es-el-conectivismo-teoria-del-aprendizaje-para-la-era-digital/

Jarero, M., & Tuyub, I. (2010). *XVI EIME.* Obtenido de EL FENÓMENO DE PERSISTENCIA DE DIFICULTADES EN LA CONSTRUCCION DE CONOCIMIENTO MATEMATICO: https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/el-fenomeno-de-persistencia-de-dificultades-en-la-construccion-de-conocimiento-matematico/

Ley Orgánica de Educación Intercultural. (19 de Abril de 2021). *Ley Orgánica Reformatoria de la Ley Orgánica de Educacación Intercultural.* Obtenido de https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2021/05/Ley-Organica-Reformatoria-a-la-Ley-Organica-de-Educacion-Intercultural-Registro-Oficial.pdf

MINEDUC. (2021). *Ministerio de Educacion* . Obtenido de https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2021/08/MINEDUC-MINEDUC-2021-00043-A.pdf

Norma, B. (Junio de 2020). *Catedra.* Obtenido de Conectivismo [Reseña]: https://portal.ucol.mx/content/micrositios/260/file/conectivismo_resena.pdf

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, C. y. (2023). *Políticas y estrategias de educación.* Obtenido de https://www.unesco.org/es/education-policies

Pérez, J. N. (2022). *Handle*. Obtenido de Universidad de Lima, Facultad de Ciencias Empresariales y Económicas: Lima. https://hdl.handle.net/20.500.12724/16435

Santander, U. (23 de Noviembre de 2022). *Open Academy*. Obtenido de https://www.santanderopenacademy.com/es/blog/aprendizaje-cognitivo.html

Serrano, J., & Pons, R. (5 de Abril de 2011). *Scielo.* Obtenido de El Constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1607-40412011000100001#:~:text=El%20constructivismo%2C%20en%20esencia%2C%20plantea,y%20reinterpretada%20por%20la%20mente.

Soledispa, Y., & García, H. (2022). GeoGebra y el rendimiento académico de los estudiantes de Matemáticas: un análisis sistemático de la Literatura. *Multidiscpiplinaria Arbitrada YACHASUN*, 11.

Soto, A. (2013). *Universidad Nacional de Colombia.* Obtenido de EL PAPEL DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA: https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/21083/43737863.2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Tigse, C. (2018). *Scielo.* Obtenido de El constructivismo, según bases teóricas de César Coll: http://scielo.senescyt.gob.ec/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2631-28162018000200025

U.E.B. (26 de Noviembre de 2021). *Scribd.* Obtenido de Scribd: https://es.slideshare.net/paulzc75/reglamento-unidad-de-integracin-curricular-ueb-26-112021-so014

Vargas, G. (14 de Junio de 2017). *Scielo*. Obtenido de Recursos educativos didácticos en el proceso enseñanza aprendizaje: http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1652-67762017000100011

Anexos

Anexo 1

UEB UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLIVAR

DECANATO

FACULTAD DE CIENCIA DE LA EDUCACIÓ SOCIALES,FILOSÓFICA Y HUMANÍSTICA

CONSEJO DIRECTIVO

Guaranda, 20 de junio de 2024
RCD-FCESFH-UEB-0305. 11 – 2024

El suscrito Decano de la Facultad de Ciencias de la Educación, Sociales, Filosóficas y Humanísticas Lcdo. Francisco Moreno Del Pozo, PhD, Certifica que el Consejo Directivo de sesión ordinaria (09), realizada el 18 de junio de 2024.

EN RELACIÓN AL NOVENO PUNTO. – Análisis y resolución de la matriz de los temas abalizados por los señores Tutores de los estudiantes inscritos a la Unidad de Integración Curricular de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales- Matemáticas y la Física, periodo académico abril – agosto 2024.

EL CONSEJO DIRECTIVO
CONSIDERANDO:

QUE, la Ley Orgánica de Educación Superior (LOES, 2019), El artículo 17 de la Ley Orgánica de Educación Superior vigente, señala lo siguiente: Reconocimiento de la autonomía responsable- "El Estado reconoce a las universidades y escuelas politécnicas autonomía académica, administrativa, financiera y orgánica, acorde con los principios establecidos en la Constitución de la República (…)

QUE, la Ley Orgánica de Educación Superior (LOES, 2019), El artículo 17 de la Ley Orgánica de Educación Superior vigente, señala lo siguiente: Reconocimiento de la autonomía responsable- "El Estado reconoce a las universidades y escuelas politécnicas autonomía académica, administrativa, financiera y orgánica, acorde con los principios establecidos en la Constitución de la República (…)

QUE, el Estatuto de la Universidad Estatal de Bolívar en el artículo 44.- Atribuciones del Consejo Directivo, literal c, manifiesta: Emitir resoluciones para el funcionamiento de la gestión administrativa, académica, investigación y vinculación de la Facultad, acorde a la normativa legal;

QUE, en el Reglamento de la Unidad de Integración Curricular de la Universidad Estatal de Bolívar, en el art. 8.- Funciones. – expresa: Las funciones de la Unidad de Integración Curricular de la carrera son:

a.- Recepta, analiza, gestiona y valida la documentación relacionada con el proceso de titulación de acuerdo con lo establecido en el presente reglamento.
b.- Analiza la pertinencia de los temas propuestos para las diferentes modalidades de titulación y sugiere su aprobación.
c.- Da seguimiento al avance de los trabajos de integración curricular

QUE, en el Artículo 31.- Unidades de organización curricular del tercer nivel.- CAPÍTULO II DE LAS UNIDADES DE ORGANIZACIÓN CURRICULAR del Reglamento de Régimen Académico (2020), literal c) manifiesta que "Unidad de integración curricular.- Valida las competencias profesionales para el abordaje de situaciones, necesidades, problemas, dilemas o desafíos de la profesión y los contextos; desde un enfoque reflexivo, investigativo, experimental, innovador, entre otros, según el modelo educativo institucional.
El desarrollo de la unidad de integración curricular, se planificará conforme a la siguiente distribución:

		Horas para desarrollo de Unidad de Integración curricular			Créditos para desarrollo de Unidad de Integración curricular		
Tercer Nivel de Grado	Licenciatura y títulos profesionales	240		384	5		8

Las IES deberán garantizar a todos sus estudiantes la designación oportuna del director o tutor, de entre los miembros del personal académico de la propia IES o de una diferente, para el desarrollo y evaluación de la unidad de integración curricular.

con CamScanner

UEB UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLIVAR

DECANATO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, SOCIALES,FILOSÓFICAS Y HUMANÍSTICAS

CONSEJO DIRECTIVO

QUE, en el capítulo IV del trabajo de integración curricular del Reglamento de la Unidad de Integración Curricular de la Universidad Estatal de Bolívar, en los artículos manifiesta:

Art. 18.- Para la elaboración del trabajo de integración curricular se podrán conformar equipos de dos estudiantes de una misma o distintas carreras, asegurándose la evaluación y calificación individual, con independencia de los mecanismos de trabajo implementados.

Art.19.- Para el desarrollo del trabajo de integración curricular se garantiza la designación oportuna del director o tutor para el grupo de estudiante de entre los miembros del personal académico.

QUE, en Memorando Nro. 031 de fecha 13 de junio de 2024, firmado por el Lic. Juan Eloy Bonilla, Coordinador de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de las Matemáticas y la Física, en el que hace la entrega de la matriz de los temas abalizados por los señores Tutores de los estudiantes inscritos a la Unidad de Integración Curricular de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales- Matemáticas, periodo académico abril – agosto 2024.

RESUELVE: "APROBAR EL TEMA DE TRABAJO DE INTEGRACIÓN, TITULADO: "EL SOFTWARE INTERACTIVO GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FIGURAS CÓNICAS EN EL SEGUNDO AÑO BGU DE LA UNIDAD EDUCATIVA "ÁNGEL POLIBIO CHAVES" DEL CANTÓN GUARANDA, PROVINCIA BOLÍVAR DURANTE EL PERIODO 2024", PRESENTADO POR: GUTIÉRREZ CHIMBORAZO EDISON DAVID Y PANEZO ZAPATA JONATHAN JACOBO, ESTUDIANTES DE LA UNIDAD DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PROCESO ABRIL – AGOSTO 2024 DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES – MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA, REVISADO Y APROBADO POR EL TUTOR LCDO. JUAN ELOY BONILLA, MSC, PROFESOR – INVESTIGADOR DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, SOCIALES, FILOSÓFICAS Y HUMANÍSTICAS".

Notifíquese.

Atentamente,

Firmado electrónicamente por: GUIDO FRANCISCO MORENO DEL POZO

Dr. C. FRANCISCO MORENO DEL POZO
DECANO

FMDP/Marcela N.

ANEXO3. FORMATO PARA EL INFORME DE TUTORÍAS DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR

Facultad: Ciencias de la Educación, Sociales, Filosóficas y Humanísticas			
Carrera: Pedagogía de las Ciencias Experimentales – Matemáticas y Física			
Modalidad de Titulación: Trabajo de integración curricular		**Opción:** Proyecto de investigación	
Título del proyecto: EL SOFTWARE INTERACTIVO GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FIGURAS CÓNICAS EN EL SEGUNDO AÑO BGU DE LA UNIDAD EDUCATIVA "ÁNGEL POLIBIO CHAVES" DEL CANTÓN GUARANDA PROVINCIA DE BOLÍVAR DURANTE EL PERIODO 2024.			
Estudiantes: Edison David Gutiérrez Chimborazo Jonathan Jacobo Panezo Zapata	**Cédula:** 0250032182 1850261163	**Teléfono:** 0962719500 0982618879	**E-mail:** edgutierrez@mailes.ueb.edu.ec jpanezo@mailes.ueb.edu.ec
Docente Tutor: Lcd. Juan Bonilla MSC	**Cédula:** 0201159944	**Teléfono:** 0991348746	**E-mail:** jbonilla@ueb.edu.ec

2. REGISTRO DE TUTORÍAS ACADÉMICAS EN LOS TRABAJOS DE INTEGRACIÓN CURRICULAR OPCIÓN PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

N°	Fecha	Tema tratado/Actividad Académica realizada	Horas de Tutorías	Firma del dirigido/a		Observaciones
1	30/05/2024	Socialización y planteamiento del tema de trabajo de Integración curricular (Proyecto de Investigación)	1 horas			

2	09/07/2024	Aprobación del tema por el consejo directivo y revisión y desarrollo de la estructura del trabajo de integración curricular (Proyecto de Investigación)	1 horas			
3	12/07/2024	Revisión y socialización de los antecedentes del trabajo de integración curricular (Proyecto de Investigación)	2 horas			
4	19/07/2024	Revisión y socialización del problema a investigar en base a la descripción y formulación del problema del trabajo de integración curricular (Proyecto de Investigación)	2 horas			
6	26/07/2024	Revisión y socialización de la justificación del trabajo de integración curricular (Proyecto de Investigación)	2 horas			
7	02/08/2024	Revisión y socialización de los objetivos (General-específicos) del trabajo de integración curricular (Proyecto de Investigación)	1 horas			
8	09/08/2024	Revisión y socialización del marco teórico en base al desarrollo de la teoría científica del trabajo de integración curricular del trabajo de integración curricular (Proyecto de Investigación)	2 horas			
9	16/08/2024	Revisión y socialización del marco teórico en base al desarrollo de la teoría científica del trabajo de integración curricular del trabajo de integración curricular (Proyecto de Investigación)	1 horas			

10	23/08/2024	Revisión y socialización del marco metodológico en base a las técnicas e instrumentos de recolección de datos, universo – muestra y procesamiento de información del trabajo de integración curricular (Proyecto de Investigación)	1 horas			
11	30/08/2024	Revisión de los instrumentos de recolección de datos en base a la estructura y formulación del cuestionario para le encuesta del trabajo de integración curricular (Proyecto de Investigación)	1 horas			
12	06/09/2024	Revisión y socialización de las conclusiones del trabajo de integración curricular (Proyecto de Investigación)	1 horas			
13	20/09/2024	Revisión y corrección de todo el (Proyecto de Investigación)	2 horas			

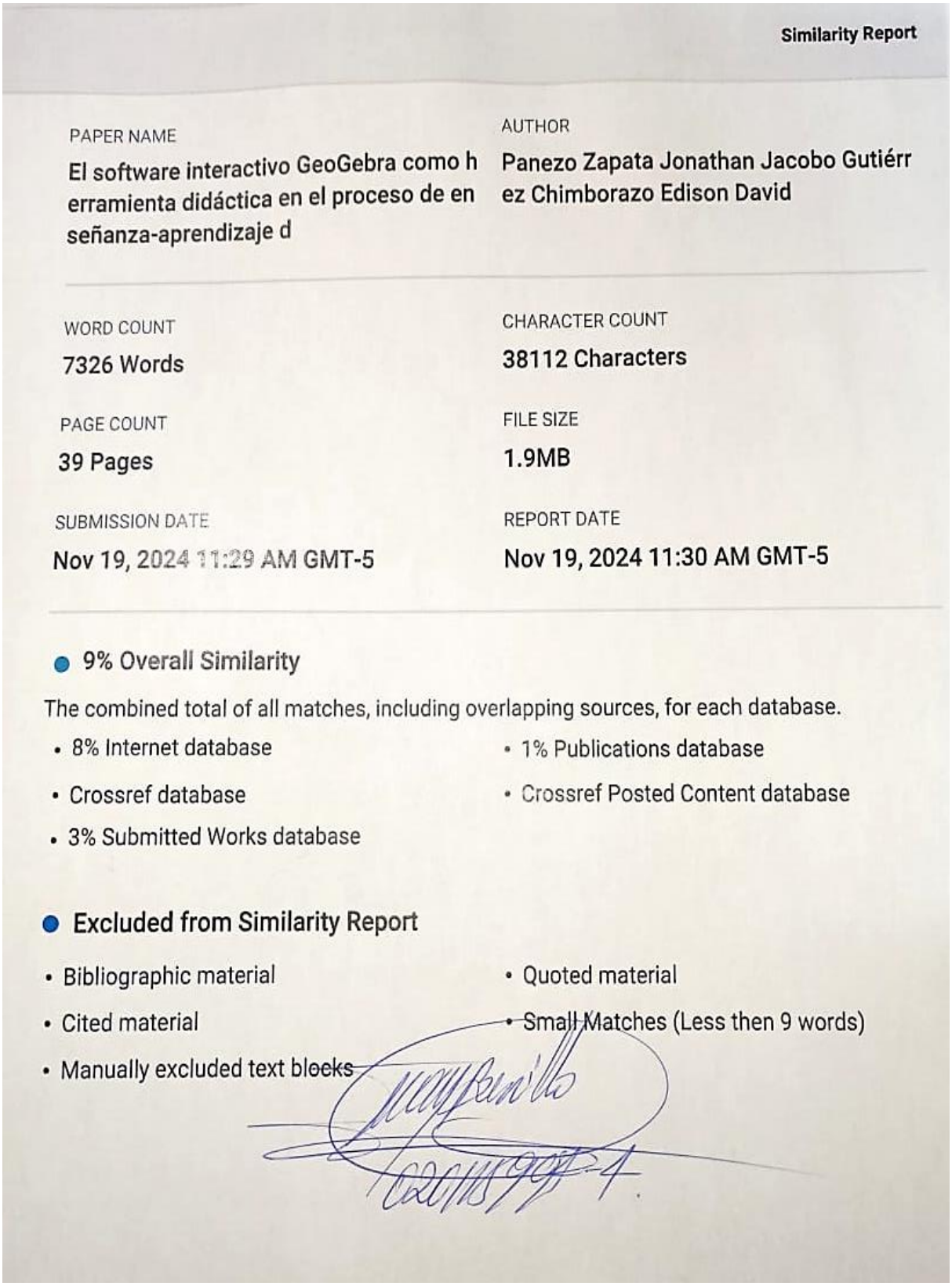
LCDO. Juan Eloy Bonilla MSC

DOCENTE TUTOR
FIRMA

LCDO. Geofre Javier Pinos Morales MSC

COORDINADOR DE LA UNIDAD DE INTEGRACIÓN CURRICULAR
FIRMA

Anexo 3



Similarity Report

PAPER NAME
El software interactivo GeoGebra como h erramienta didáctica en el proceso de en señanza-aprendizaje d

AUTHOR
Panezo Zapata Jonathan Jacobo Gutiérr ez Chimborazo Edison David

WORD COUNT
7326 Words

CHARACTER COUNT
38112 Characters

PAGE COUNT
39 Pages

FILE SIZE
1.9MB

SUBMISSION DATE
Nov 19, 2024 11:29 AM GMT-5

REPORT DATE
Nov 19, 2024 11:30 AM GMT-5

9% Overall Similarity

The combined total of all matches, including overlapping sources, for each database.

- 8% Internet database
- 1% Publications database
- Crossref database
- Crossref Posted Content database
- 3% Submitted Works database

Excluded from Similarity Report

- Bibliographic material
- Quoted material
- Cited material
- Small Matches (Less then 9 words)
- Manually excluded text blocks

Anexo 4

Encuesta

1. **¿Presenta dificultades para entender lo que es una figura cónica?**

   Si No A veces

2. **¿Reconoce cada uno de los elementos que compone las diferentes figuras cónicas?**

   Si No A veces

3. **¿Logra diferenciar una figura cónica cuando se encuentra en el centro origen y en centro (h, k)?**

   Si No A veces

4. **¿Se cree capaz de resolver y poder ubicar de forma correcta la posición de los focos tanto de la parábola, elipse e hipérbola?**

   Si No A veces

5. **¿Logra transformar la ecuación canónica a la ecuación general y viceversa de las diferentes figuras?**

   Si No A veces

6. ¿El **método pedagógico impartido por su docente le permite comprender las actividades relacionadas a las cónicas?**

   Si No A veces

7. **¿Aparte de los métodos tradicionales su profesor/a utiliza otros recursos didácticos para la enseñanza de las cónicas?**

   Si No A veces

8. **¿Considera usted que el uso de recursos didácticos adecuados, permite incentivar a los estudiantes en el aprendizaje y resolución de las figuras cónicas?**

Si No A veces

9. **¿Cree que GeoGebra podría ayudar en la comprensión tanto gráfica como analíticamente en la enseñanza de las cónicas?**

Si No A veces

10. **¿Conoce como utilizar GeoGebra en la resolución de alguna figura cónica?**

Si No A veces

Anexo 5








Combinaciones
No importa el orden


2024/01/04 11:
Walter Ortiz
Infinix HOT 30

